Université Abdelmalek Essaâdi

Faculté des Sciences de Tétouan

MS-GEE

Master Spécialisé

Génie Énergétique et Environnement

OPTIMISATION DES SYSTEMES ENERGETIQUES

CHAPITRE IV :
INTRODUCTION A LA COMMANDE OPTIMALE DES SYSTEMES

Taib AJZOUL
Professeur au Département de Physique
Faculté des Sciences de Tétouan

COMMANDE DES SYSTEMES

- **1- Généralités sur la commande des systèmes**
- **2- Commande optimale d'une système de stockage thermique**
  - **2.3- Modélisation mathématique du bilan thermique :**
  - **2.4- Formulation du problème de commande optimale :**
  - **2.5- Algorithme de résolution :**
  - **2.6- Résultats :**
  - **2.7- Conclusion :**

1- Généralités sur la commande des systèmes

- **Contrôler / Commander**

  - Contrôler : Vérifier,…
    Examiner, inspecter, vérifie,…
    Maîtriser, dominer,…

  - Commander : Exercer son autorité,…
    Contraindre, obliger …
    Prescrire de manière autoritaire …

Contrôler ⇨ passif

Commander ⇨ actif

Et si on ne peut pas atteindre

un objectif donné ?

On fait

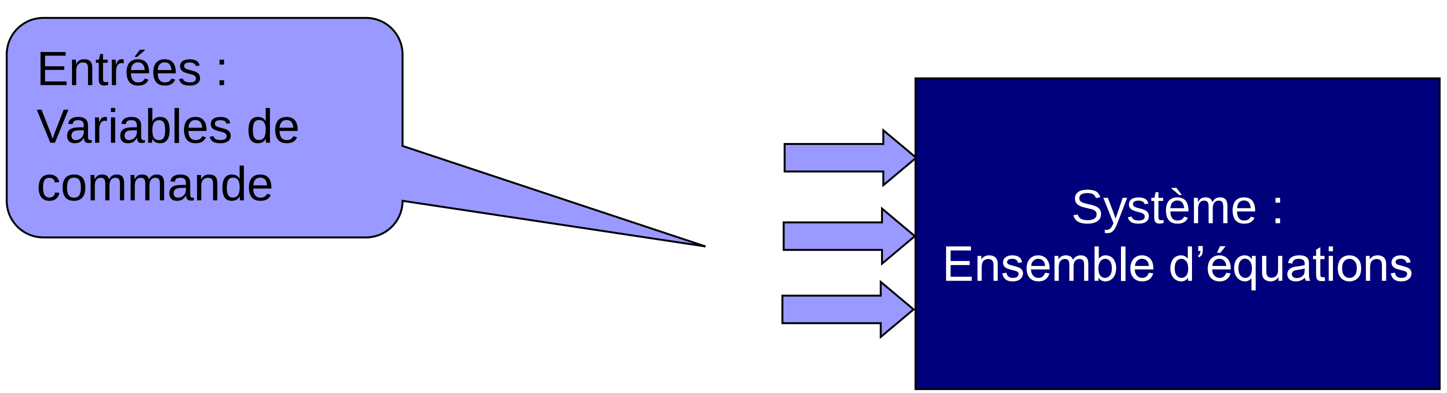
« au mieux »

Commande

optimale

- **Modèle d'un système**

  Un modèle d'un système est un ensemble d'équations (aux dérivées partielles par exemple), décrivant l'évolution du système, sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées (ou variables de commande, ou simplement commandes), que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.



On en connaît de nombreux exemples parmi les systèmes thermiques, mécaniques ou chimiques :

- installations de production d'énergie,
- régulateurs thermiques,
- satellites et avions,
- réacteurs chimiques,
- procédés biotechnologiques ,
- procédés agro-alimentaires, etc.

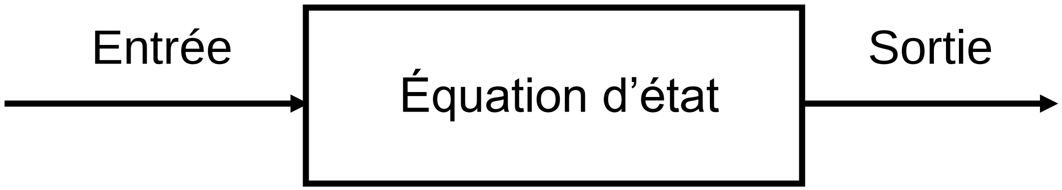
Les entrées peuvent être choisies :

- en boucle ouverte, c’est-à-dire ne dépendant que du temps,

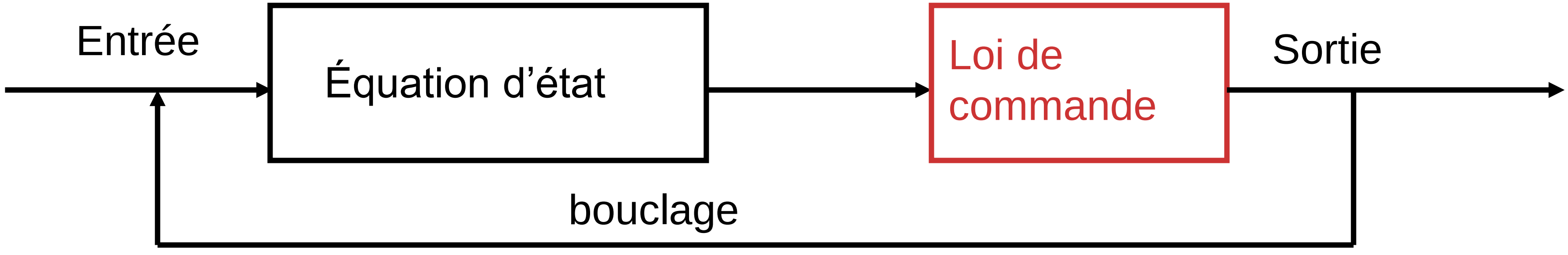
- ou en boucle fermée, c’est-à-dire comme des fonctions des variables, appelées observations, qui rendent compte de l’état du système à chaque instant.

Boucle ouverte/ boucle fermée

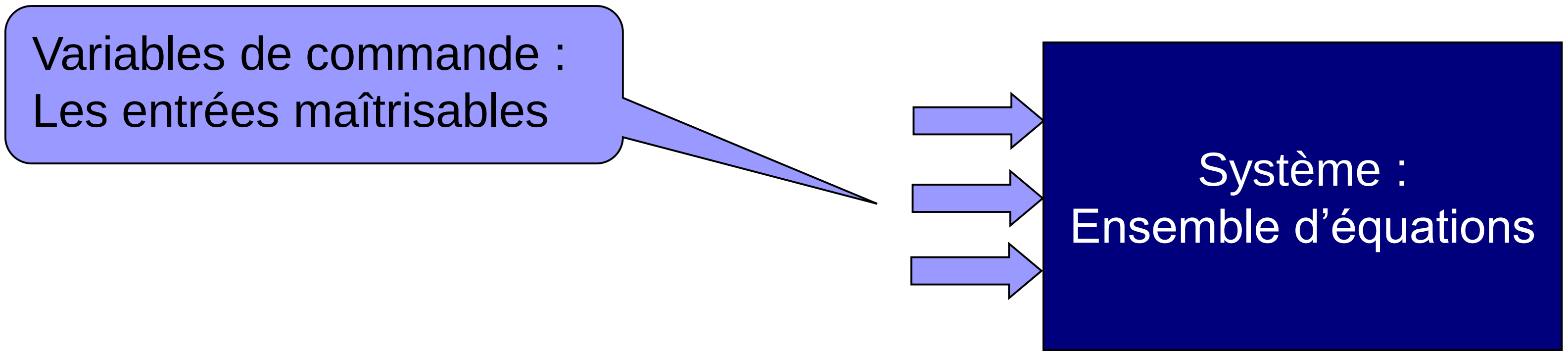
- Mathématicien → boucle ouverte



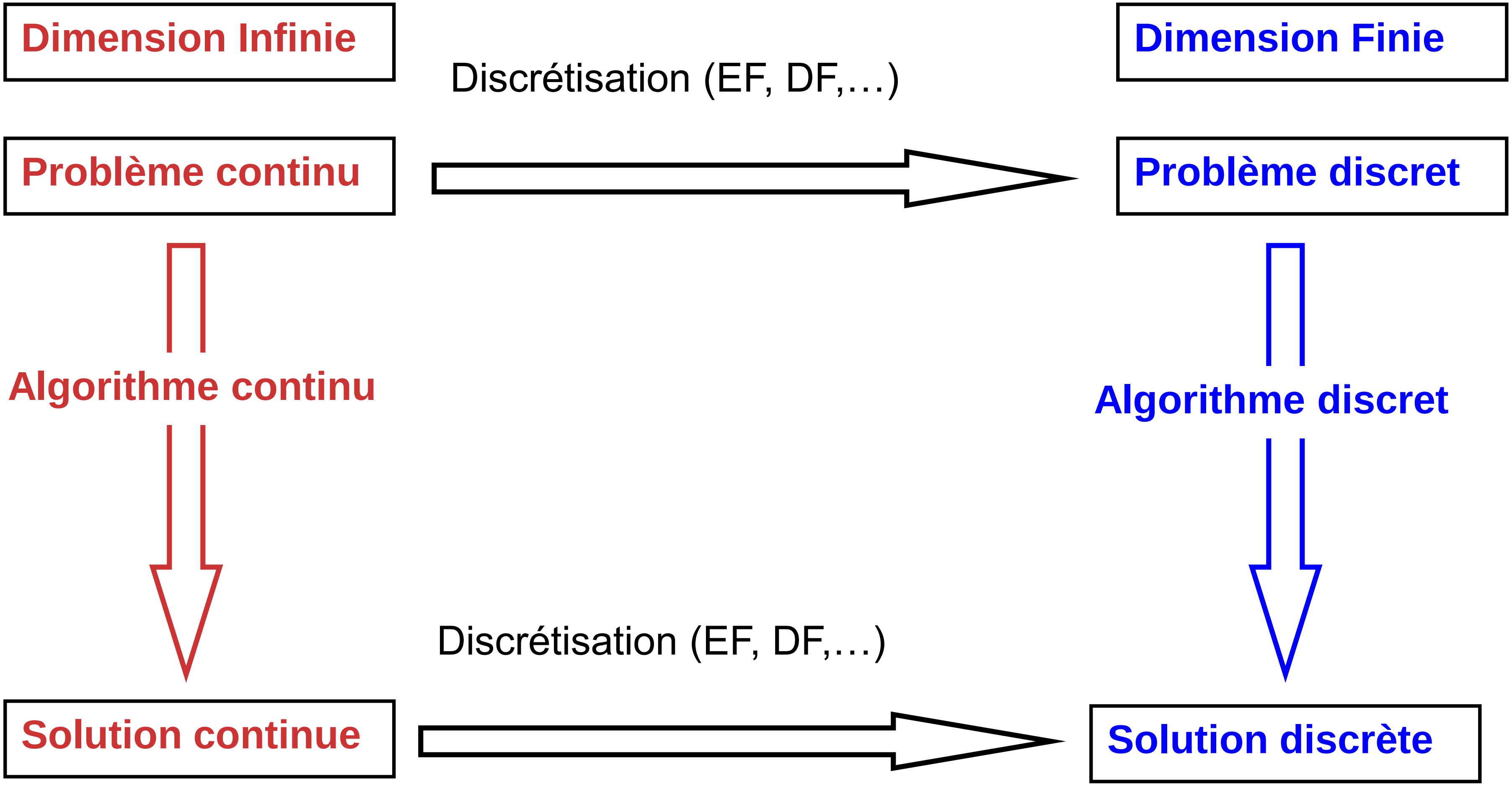
- Automaticien → boucle fermée



- Lorsque certaines entrées du système sont non maîtrisables, la commande se réduit seulement aux entrées maîtrisables du système.



Optimisation en dimension infinie / Optimisation en dimension finie



Généralement on utilise un critère quadratique que exprime un compromis de l’écart à l’équilibre et l’énergie de commande :

Critère à minimiser

Écart à l’équilibre

Coût de la commande

$$J_0 = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{H-1}(x_n^T Q x_n + a_n^T R a_n)$$

H : horizon de la commande, qui dure HTe.

Q et R : Matrices symétriques, définies, positives, fixent les importances relatives de l’écart à l’équilibre et de la commande appliquée sous forme quadratique,

Q : fixe l’importance de l’écart à la valeur finale
R : fixe le poids de l’énergie de commande.

D’autres formes de critères pouvant être utilisées.

Principe de commande optimale

On se donne :

- Un espace de contrôles (ou commandes)
- Un système décrit par son équation d'état
- Des contraintes sur la commande
- Eventuellement des contraintes sur les variables de l'état
- Une fonctionnelle coût ou objectif (Critère d'optimisation)

L'équation d'état peut être

- Une équation aux différences
- Une ou des équations différentielles, linéaires ou pas
- Une ou des équations aux dérivées partielles, linéaires ou pas

Problème de contrôle optimal = minimisation de $\mathcal{J}$ sous contraintes

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \min \mathcal{J}(x,u) \\ x = \mathcal{F}(u,t) \\ u \in U_{ad} \\ x \in K \end{cases}$$

$x = \mathcal{F}(u,t)$ ← Equation d'état

$u \in U_{ad}$ ← Contraintes sur le contrôle

$x \in K$ ← Contraintes sur l'état

Démarche d'optimisation et de commande

Démarche « standard » du mathématicien

•Modéliser et formuler le problème

•Préciser le cadre fonctionnel

•Prouver l'existence d'une solution

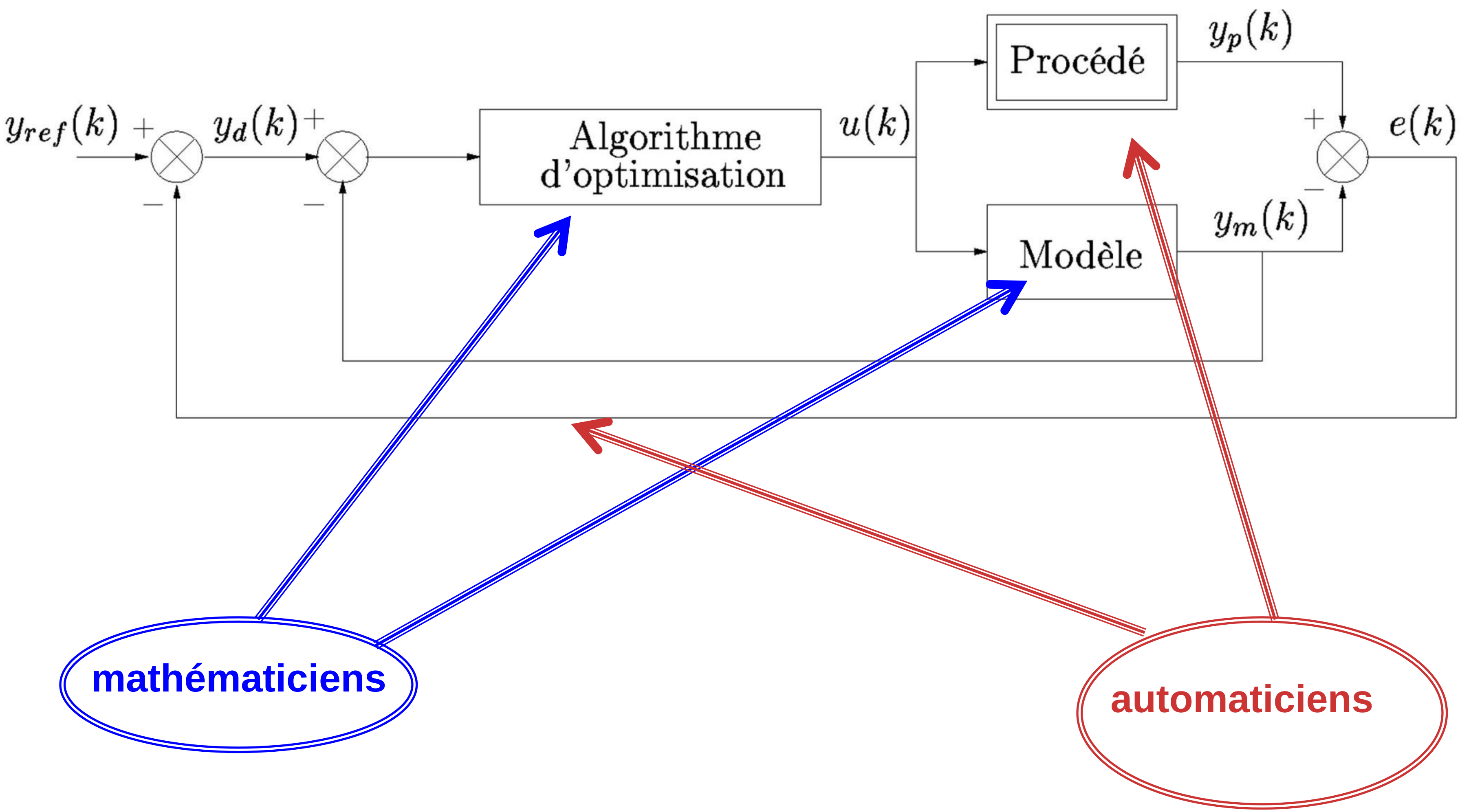
•Discuter l'unicité

•« Caractériser » la solution par un système d'optimalité

•Utiliser les conditions d'optimalité pour calculer explicitement ou numériquement la solution

Démarche de l'automaticien

L'Automaticien cherche surtout à déterminer une loi de commande en envisageant les cas des systèmes à boucle ouverte et à boucle fermée…



$y_{ref}(k)$
$y_d(k)$
Algorithme d'optimisation
$u(k)$
Procédé
$y_p(k)$
Modèle
$y_m(k)$
$e(k)$
mathématiciens
automaticiens

Principe de la commande prédictive

Le but est de réaliser une commande en temps réel en procédant de la façon suivante :

- on détermine un contrôle au temps t_o en résolvant un problème de commande optimale sur une horizon de <u>prédiction</u> : $[t_o, t_o + T]$.
- On n'utilise la commande trouvée que pour un temps voisin de t_o, et à l'instant $[t_o + \delta, t_o + \delta + T]$ on résout un nouveau problème de commande optimale.
- On obtient donc une suite de problèmes d'optimisation formulés et résolus en temps réel ce qui autorise la correction rapide des perturbations.

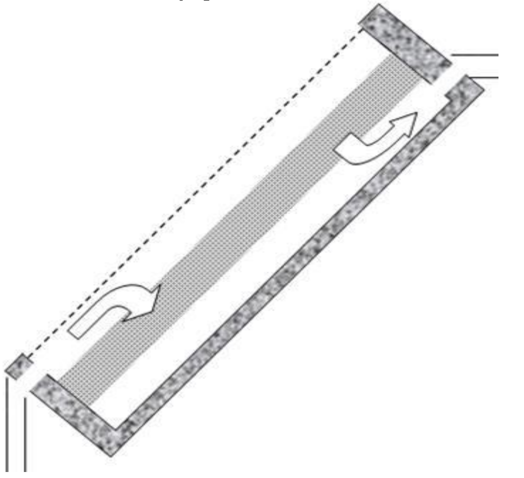
- Dans le cas de ce cours, on se restreint à l’étude des systèmes de l’énergétique (stockage de l’énergie thermique), représentés par un ensemble d’équations aux dérivées partielles non linéaires.

- **2- Commande optimale d’une système de stockage thermique**
- **2.1- Introduction**
- L’un des problèmes que l’on rencontre le plus souvent dans le domaine de l’énergie est la question du stockage et de son fonctionnement. L’utilisation des outils de l’automatique et de commande optimale peut-être une solution pour bien résoudre ce problème. Le but est de satisfaire la demande en énergie pour une utilisation bien définie.
- Ce travail de recherche traite l’étude du fonctionnement d’un stockage thermique, envisagé dans le cas des énergies à caractère intermittant comme l’énergie solaire. L’objectif est de déterminer des lois de commande sur le débit du fluide permettant de mieux gérer l’énergie pendant les phases de charge et de décharge de l’énergie.

2.2- Présentation de l’installation :

L’installation solaire que nous avons considérée est constituée d’un **capteur solaire** à air couplé à un **système de stockage**.

Le **capteur** retenu pour notre étude est de type absorbeur poreux. Il est constitué :



- d’une couverture extérieure (verre),

- d’un absorbeur à matrice poreuse

- et d’une isolation pour minimiser les pertes thermiques.

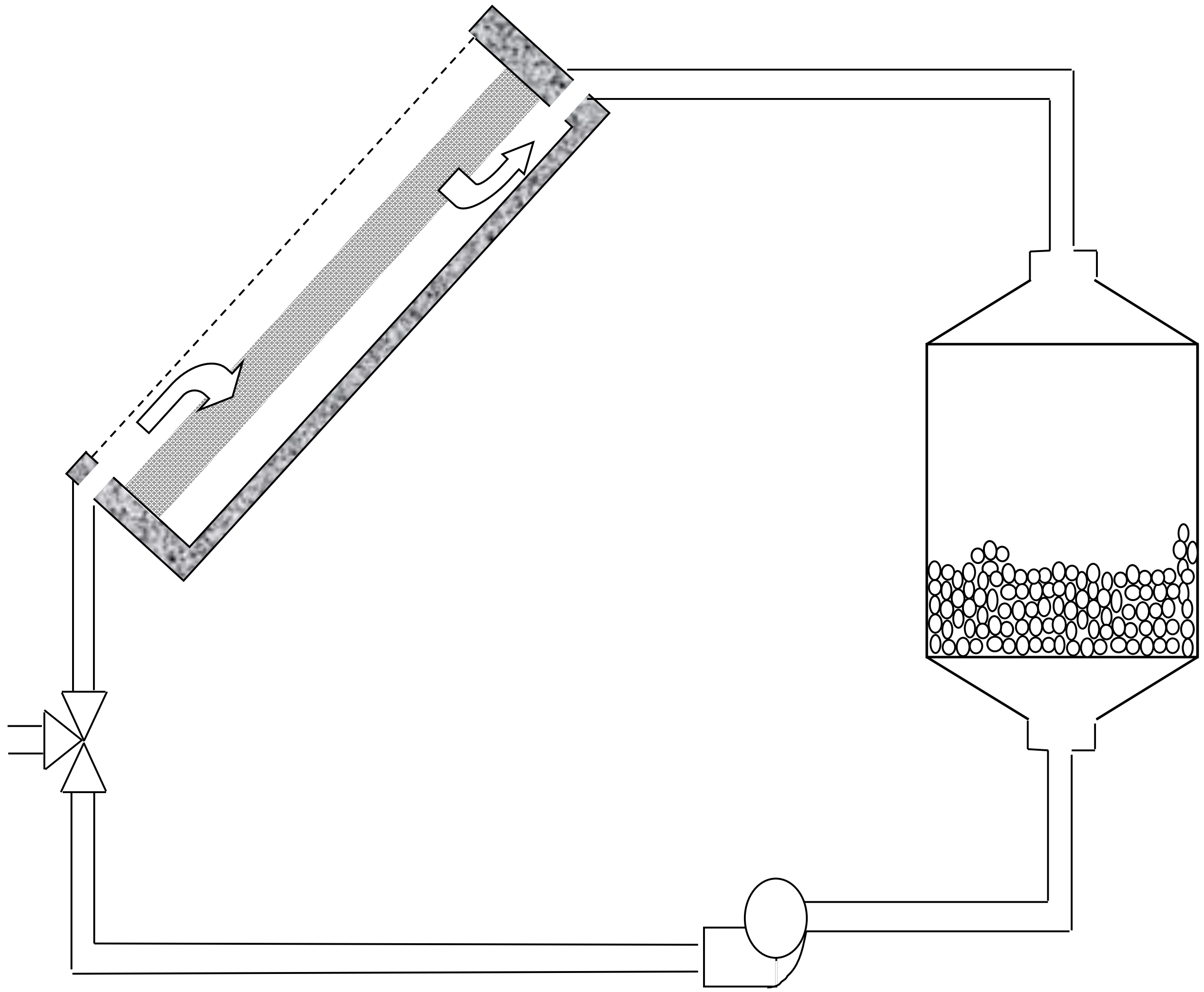


Figure 1 : *Installation solaire de production et de stockage de l'énergie.*

Le bon fonctionnement de cette installation repose essentiellement sur la bonne gestion du système de stockage de l’énergie.

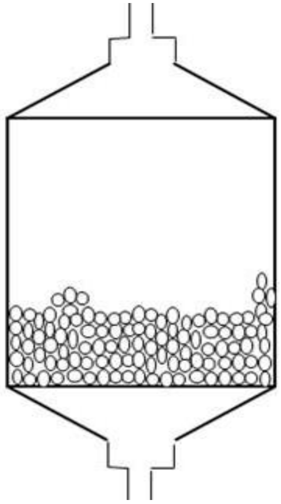
Un fonctionnement du stock, avec un débit de fluide caloporteur constant dans le temps, provoque un refroidissement de la zone d’entrée du stock, causée par la diminution de la température à la sortie des capteurs solaires pendant la deuxième moitié de la journée.

L’objectif de ce travail est de **déterminer une loi de commande sur le débit du fluide** permettant de mieux gérer l’énergie pendant la phase de charge et de décharge du stock.

2. 3- Modélisation mathématique du bilan thermique :

2.3.1- Modèle du stock :

L'utilisation d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices classiques [1], conduit au modèle du stock suivant :



$$\rho_f \, c_f v \frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{A.h}{\varepsilon}(T_s - T_f) \qquad (1)$$

$$\rho_s . c_s . \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{A.h}{1-\varepsilon}(T_f - T_s) \qquad (2)$$

Ce modèle mathématique unidimensionnel tient compte de la différence de température entre l'air et le matériau de stockage

Ce système d'équations est complété par les conditions initiales et aux limites :

$$\begin{cases} q(t) = \varepsilon\, \rho_f\, s_s\, v(t) \\ T_f(0,t) = T_{sc}(t) \\ T_s(x,0) = T_{s0} \end{cases} \qquad (3)$$

Les conditions aux limites, sont **choisies variables** dans le temps, vont nous permettrent d'envisager un couplage entre le capteur solaire et le stock et par la suite une étude de fonctionnement optimal de l'installation.

2.3.2- Modèle du capteur solaire

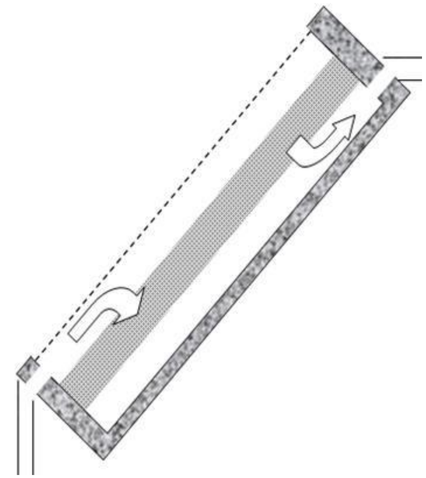
La modélisation du capteur est envisagée en régime permanent tout en considérant que le transfert est **unidimensionnel** suivant la propagation du rayonnement et du flux d'air.

L'hypothèse du régime permanent se justifie devant l'inertie thermique du stockage.

Du fait que la différence des températures entre le solide et le fluide est très petite, **on peut passer du modèle à deux phases au modèle à une seule phase**.

Ceci se justifie si le débit d'air dans le capteur n'est pas trop élevé [2].

L'équation du bilan thermique s'écrit :



$$\Lambda \frac{d^2T_a}{dy^2} + q.c_f.\frac{dT_a}{dy} + a.I.\exp(-a.y) = 0 \qquad (4)$$

avec $$\Lambda = \lambda_e + \frac{(q.c_f)^2}{A.h_c} \qquad (5)$$

Cette équation est complétée par les conditions aux limites sur la face avant et arrière de l'absorbeur.

Pour la face avant :

$$\alpha.I - U_p.(T_a(0) - T_{ex}) = q.c_p.(T_a(0) - T_e) \qquad (6)$$

Sur la face arrière (y = 1) :

$$q.c_p.(T_a(1) - T_e) = -\lambda_e.(\frac{dT_a}{dy})_{y=1} + I.\exp(-a.1) \quad (7)$$

Ainsi la température dans l'absorbeur s'obtient en résolvant l'équation (4) munie des conditions aux limites (6) et (7).

2.4- Formulation du problème de commande optimale :

Le problème consiste à définir une loi de variation du débit de fluide en fonction du temps (loi de commande) permettant de répondre au mieux aux deux objectifs suivants :

- **charger le stock de façon à obtenir un profit final de température bien déterminé**
- **décharger le stock au maximum en tenant compte de niveau de température de l'énergie récupérée.**

Nous allons montrer que l'on peut définir des critère d'optimisation visant à atteindre ces objectifs.

2.4.1- Charge avec profit final de température bien déterminé

En effet, le problème de commande visant à ramener la température du stock d'un état initial à un état final bien déterminé (température désirée), peut se formuler de la manière suivante :

- Soit $T_s(x, t_{fc})$ la distribution de température dans le stock à l'instant final de charge t_{fc}. Cette température sera calculée à partir du modèle du stock précédemment décrit.
- Soit $T_d(x)$ la distribution de température dans le stock que l'on souhaite obtenir à la fin de la charge (température désirée). On a représenté cette température, d'une façon simple, par :

$$T_d(x) = \frac{T_{db} - T_{dh}}{L} x + T_{dh} \qquad (10)$$

Le problème d'optimisation consiste alors à déterminer le débit d'air $q(t)$ tel que :

$$\underset{q(t)}{Min}\ J_1 = \underset{q(t)}{Min} \sum_{i=1}^{N} \left(T_s(x_i, t_{fc}) - T_d(x_i) \right)^2 \qquad (11)$$

Sous les contraintes :

$$\begin{cases} T_{f0} = T_{sc}(T_{ex}, I, q) \\ q_{\min} \le q \le q_{\max} \end{cases} \qquad (12)$$

2.4.2- Décharge avec rendement de restitution maximal :

Le but vise à la détermination des débits d'air qui permettent, d'une part, de décharger le stock au maximum possible, et d'autre part, d'obtenir une température à la sortie du stock, supérieure à une valeur seuil T_m.

Pour pouvoir comparer la quantité d'énergie déchargée au cours du temps $E_{dest}(t)$, avec celle initialement stockée E_{sto}, nous allons utiliser le rendement de restitution défini par :

$$R_{re}(t) = \frac{E_{dest}(t)}{E_{sto}} \qquad (13)$$

Le problème d'optimisation se formule de la manière suivante :

Calculer $\underset{q(t)}{Max}\ J$ avec $J = R_{re}(t_{fd})$ (14)

En respectant les contraintes :

$$\begin{cases} q_{\min} \leq q \leq q_{\max} \\ T_{fL}(t_i) > T_m \qquad \forall\, t_i \in \left\{ t_0, t_{fd} \right\} \end{cases}$$

2.5- Algorithme de résolution :

Les équations du modèle du stock (1) et (2) munies des conditions aux limites (3) sont résolues par la **méthode de différences finis** de type arrière [4].

Pour le calcul de la commande $q(t)$, nous avons choisi une méthode directe de résolution utilisant un développement de $q(t)$ sur la base des polynômes de Legendre [5, 6]. Ces polynômes sont orthogonaux et peuvent engendrer toute fonction f(y) intégrable.

Pour les 4 premiers polynômes, le calcul du débit $q(t)$ se ramène à celui des coefficients a_0, a_1, a_2, a_3, de la façon suivante :

$$q(t) = \sum_{j=1}^{3} a_j P_j\left(\frac{2t}{t_{fc}} - 1\right) \quad \text{avec} \quad y = \frac{2t}{t_{fc}} - 1 \qquad (15)$$

Pour calculer l'extremum (minimum ou maximum) du critère, nous avons utilisé un algorithme de type itératif, basé sur une méthode de gradient conjugué avec calcul discrétisé du gradient [7, 8].

Pour satisfaire les contraintes, on applique une méthode de pénalisation qui consiste à pondérer fortement le critère lorsque la procédure de commande utilise des valeurs prohibitives.

2.6- Résultats :

2.6.1- Charge du stock :

L'étude est envisagée pour deux configurations d'installations solaires : sans et avec recyclage d'air à travers le capteur solaire (figures 3 et 4). Pour les deux cas et à titre d'exemple de simulation, nous avons utilisé comme temps de charge de stock la valeur t_{fc} = 4 heures (entre 10 h et 14 h).

Par manque de données météorologiques, le flux solaire est calculé à l'aide des formules empiriques [9].

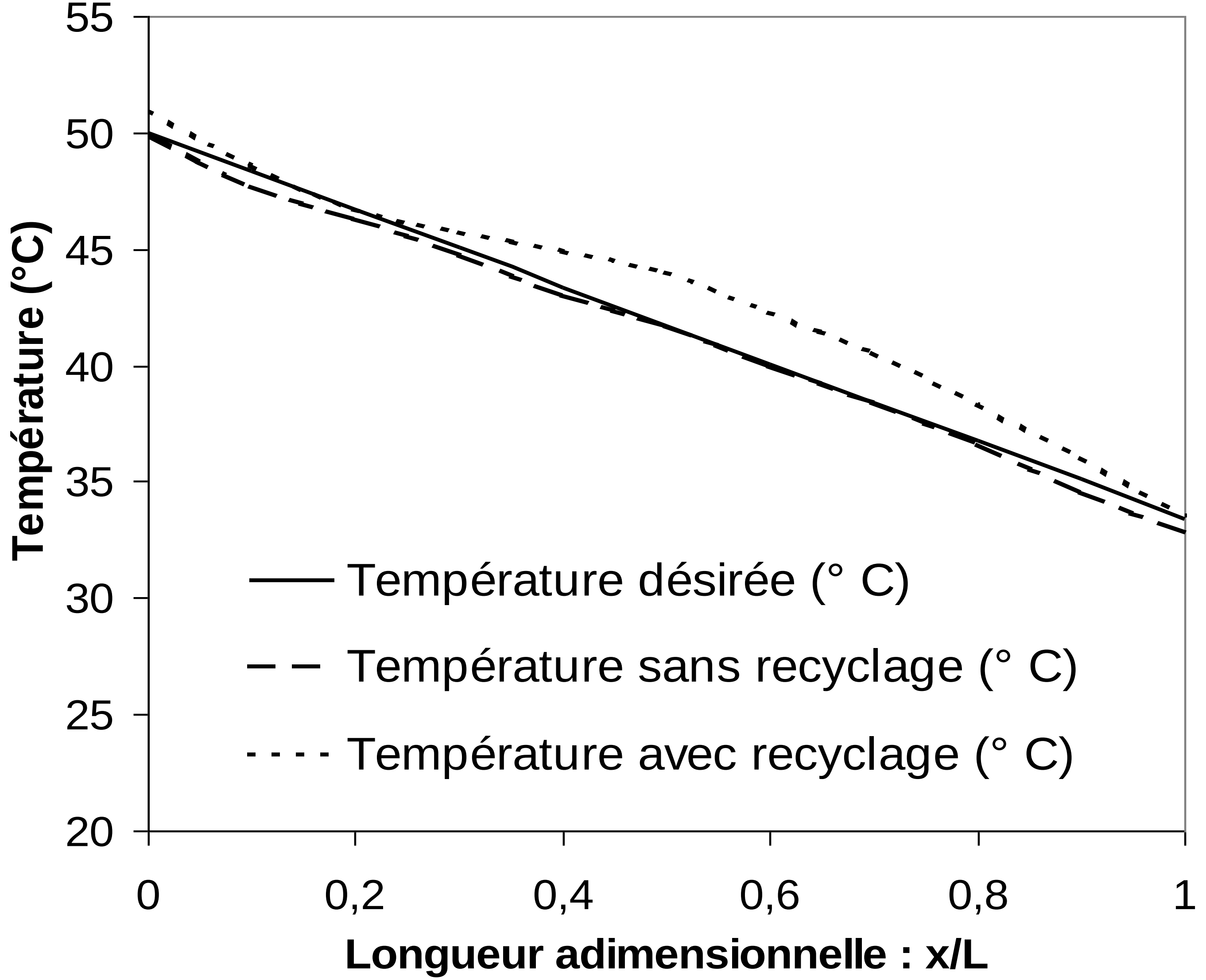


Figure 2 : Profil de température obtenu à la fin de la charge.

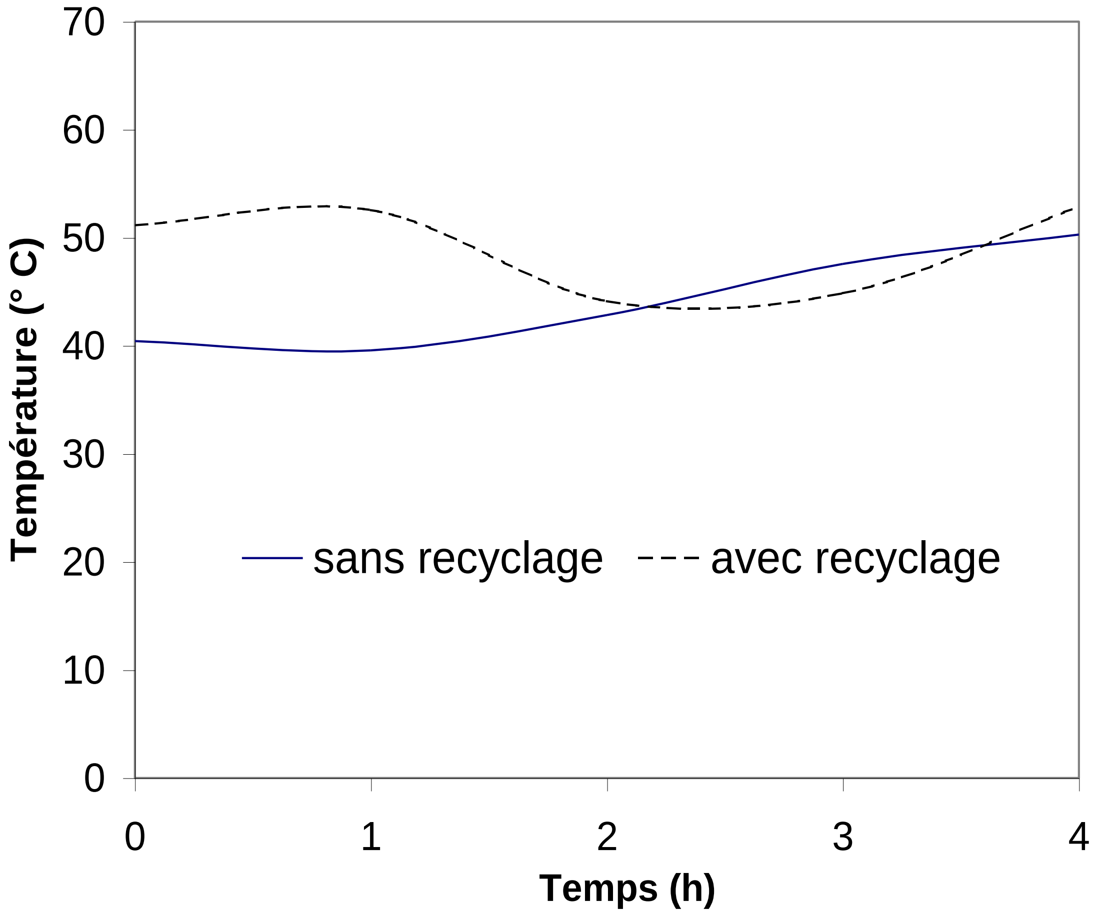


Figure 3 : Evolution de la température à l’entrée du stock au cours de la charge.

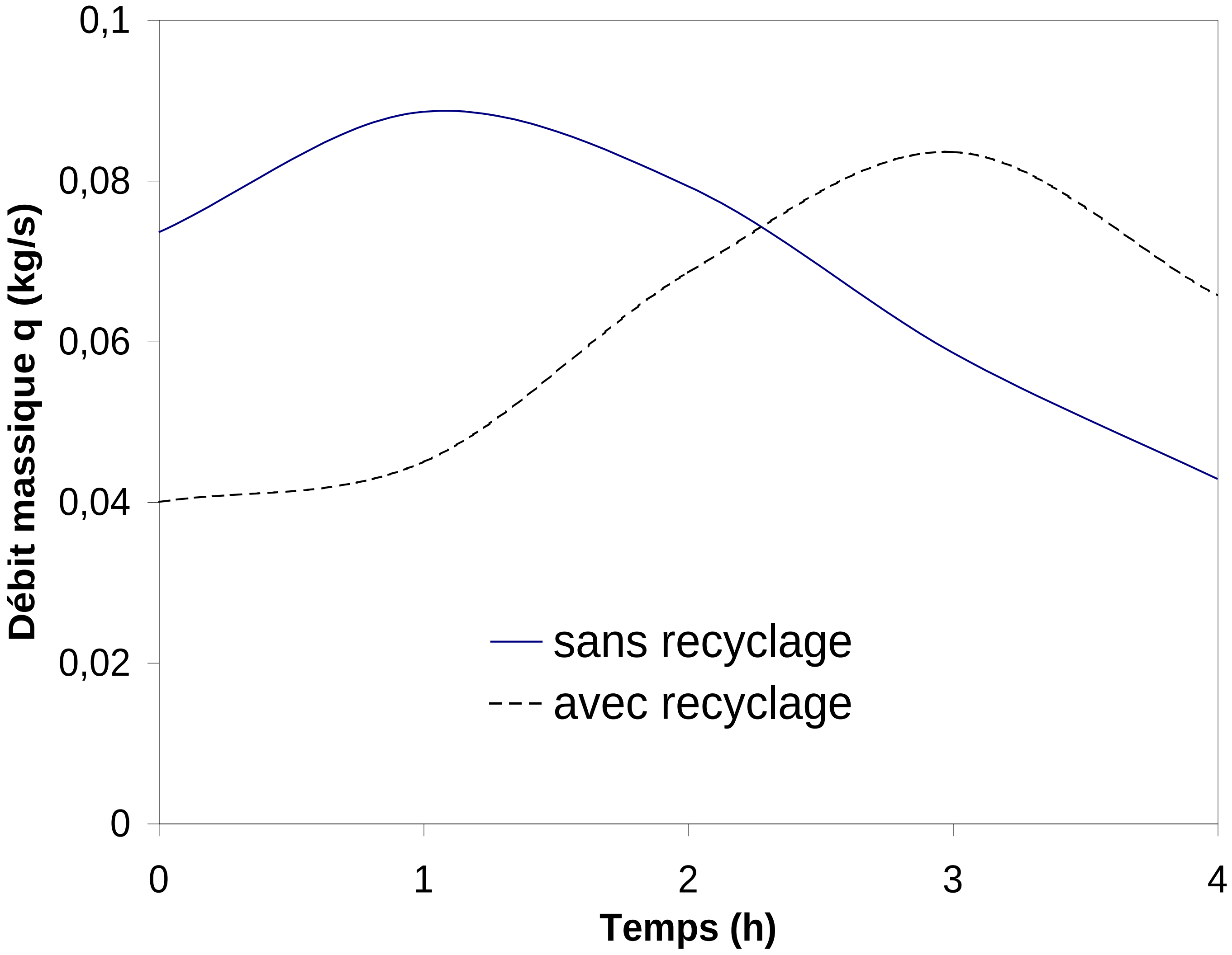


Figure 4 : Evolution de la commande (débit d'air) au cours de la charge.

2.6.2- Décharge du stock :

Signalons tout d’abord qu’il ne s’agit pas seulement de récupérer le maximum d’énergie mais aussi de disposer d’une quantité d’énergie à un niveau de température suffisamment élevé.

Il faut donc essayer de décharger le stock au maximum possible tout en posant des conditions sur la température de restitution de l’énergie, de façon à prolonger le temps de décharge. Ainsi, les résultats présentés sur les figures 5 et 6 ont été obtenus en prenant comme contraintes : $T_{fL} > 30°C$ et $T_{fL} > 40°C$.

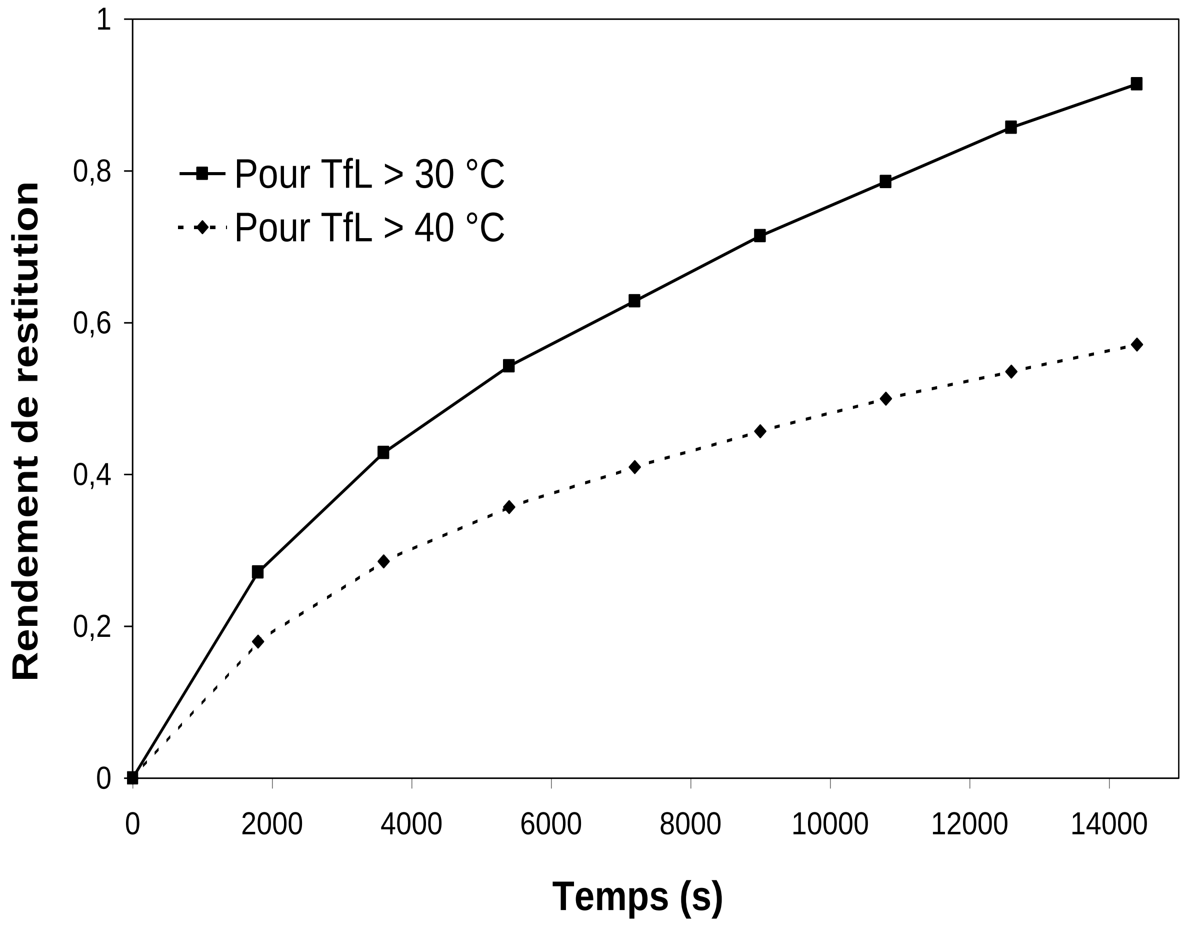


Figure 5 : Rendement de restitution de l'énergie stocckée.

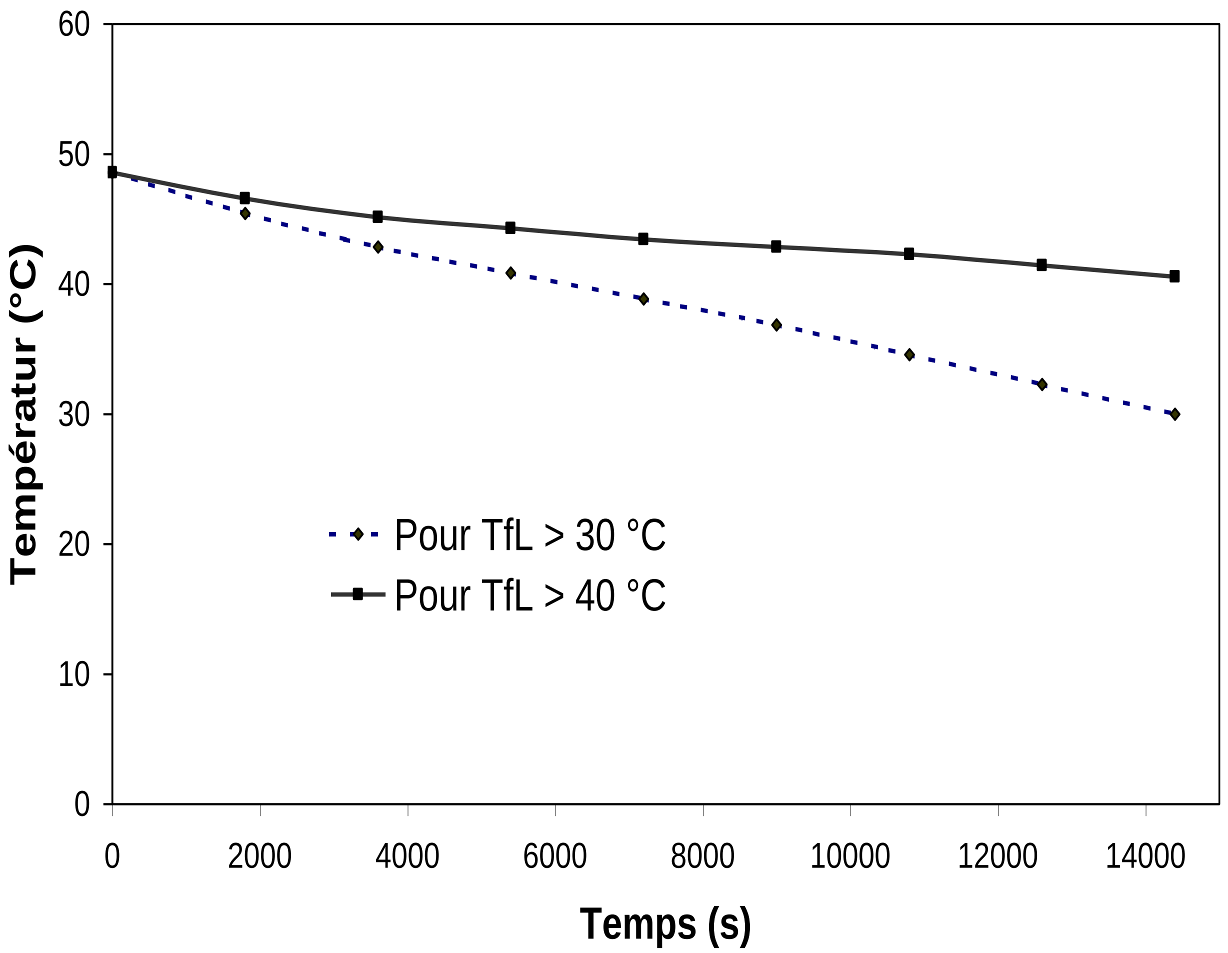


Figure 6 : Evolution de la température à la sortie du stock.

2.7- Conclusion :

Les difficultés rencontrées dans cette étude sont de deux ordres :

- le modèle mathématique traduisant le transfert de chaleur dans le système de stockage est intéressant dans la mesure où il permet de décrire l'évolution du processus ; son inconvénient est sa complexité (modèle non linéaire d'un système à paramètres répartis).

- la deuxième difficulté est la dépendance non explicite et non linéaire du critère d'optimisation vis-à-vis des variables d'optimisation.

La résolution est alors effectuée par la mise en place d’une méthode itérative.

Grâce à cette méthode, nous avons pu trouver le débit permettant l’optimisation et le contrôle du fonctionnement du stock