

***MODULE : ÉNERGIES ÉOLIENNE, ÉNERGIES SOLAIRE THERMIQUE,
ÉNERGIES PHOTOVOLTAÏQUE***

Partie : ÉNERGIE ÉOLIENNE

Master Spécialisé : Génie énergétique et environnement (GEE)

Notes de cours 2017/18

Pr. B. KHARBOUCH



Préambule-Introduction

1- Les premières utilisations du vent

Les premières exploitations du vent comme énergie datent de l'antiquité, puisque l'utilisation de la voile en navigation remonterait à 5000 ans en Egypte, et à 4000 ans en Chine.

Les premières éoliennes à axe horizontal datent du XVII^e avant J.C. en Egypte, tandis que des éoliennes à axe vertical apparaissent dans quelques îles grecques à la même époque.

Au III^e siècle avant J.C., Héron d'Alexandrie décrit un orgue dont le compresseur à piston serait mû par une éolienne à axe horizontal à 4 bras. On trouve en Perse, en 134 avant J.C., un moulin à vent à axe vertical.

Au VII^e siècle après J.C., les chinois utilisent pour l'irrigation des éoliennes à axe vertical, dont les pales (en fait des panneaux verticaux) ont la particularité de s'effacer au vent lors de leur trajet retour. Ce n'est qu'au XIII^e siècle que les éoliennes à axe horizontal y font leur apparition.

C'est vers le XII^e siècle que l'on trouve les premières éoliennes à axe horizontal en Europe, jusqu'en Grèce. Elles étaient principalement utilisées pour remplacer les animaux pour les travaux tels que le pompage. Une éolienne existe en France en 1105.

L'énergie éolienne est probablement la plus ancienne énergie utilisée par l'homme en dehors de son énergie musculaire. Ce fut, sans doute, d'abord une énergie captée par la voile pour la navigation, voilà quelques millénaires. Par la suite, sans date précise, quelque inventeur de génie, sédentaire, pense faire tourner indéfiniment la voile autour d'un axe fixe : le moulin était né. Les plus anciens connus, chinois ou perses, sont en effet constitués par des mâts verticaux entraînés par des voiles. C'est seulement plus tard que l'axe devient sensiblement horizontal, avec des ailes, pour prendre la disposition bien connue des moulins à vent.

2- L'environnement et les énergies renouvelables

Face à l'accroissement de la consommation énergétique et les soucis de la protection de l'environnement, les énergies renouvelables semblent représenter une solution très adaptée. En particulier l'énergie éolienne : n'engendre pas de pollution et constitue une forme d'énergie indéfiniment durable, ne produit pas de gaz à effet de serre ni de déchets toxiques. L'énergie éolienne joue un rôle économique important jusqu'au début du XIX^e siècle. Ensuite, ce rôle diminue par suite de l'accroissement rapide de l'utilisation des énergies fossiles.

L'augmentation brutale du prix du pétrole relance l'énergie éolienne. La crainte de n'utiliser qu'une seule énergie, dont l'approvisionnement peut être aléatoire, les idées écologiques orientent certains pays vers cette forme inépuisable et nationale !

Des progrès importants dans l'aérodynamique, l'arrivée de nouveaux matériaux vont permettre d'exploiter ce gisement mondial estimé à 4 TWh à partir de nouvelles machines fiables et diminuer le prix de l'énergie produite, qui ne devient plus marginale dans certains pays.

Le Maroc a opté pour une politique d'exploitation de cette source énergétique et il en compte plusieurs sites exploités actuellement et d'autres en cours de construction.

3- Potentiels de l'énergie éolienne

Le potentiel éolien est considérable dans un grand nombre de régions du monde. Cette source d'énergie cinétique dépend d'un certain nombre de facteurs qui seront abordés ci-dessous. Mais d'une façon générale, les sites les plus intéressants sont les zones côtières, les étendues dégagées de l'intérieur des terres et certaines zones montagneuses. Dans de nombreux endroits, le gisement éolien est suffisant pour assurer une grande partie de la demande locale en électricité. Outre l'aspect génération de courant, les systèmes éoliens sont utilisables pour la réalisation d'autres projets : pompage de l'eau, chauffage, navigation, voire certains projets d'assainissement d'eau potable par aération éolienne.

Notons enfin qu'un effet indirect oublié de l'énergie éolienne est la houle : cette forme dérivée de l'énergie éolienne peut être récupérable.

4- Le Maroc-Présentation du secteur

Le Maroc dispose d'un potentiel éolien important voir carte des vents CDER [centre de développement des énergies renouvelable].

Le Maroc s'est engagé dans le développement à grande échelle de l'éolien. Après un premier grand projet de 50 MW, l'ONE (Office National de l'Electricité) a lancé un appel d'offres pour l'installation de 200 MW : 160 MW au Nord de Tanger et 60 MW à Tarfaya dans le sud du pays.

Le Maroc s'est fixé pour objectif d'atteindre un taux de pénétration de l'énergie éolienne de 15 % en 2020, d'après le ministre de l'Énergie et des Mines.

Un plan stratégique de développement des énergies renouvelables, (ministre de l'Énergie et des Mines), a été mis en œuvre en vue de l'augmentation de leur contribution dans le bilan énergétique national, et ce à travers la réalisation de nouveaux parcs éoliens et le développement des applications solaires.

Dans le cadre de sa stratégie énergétique, le Maroc s'engage dans un vaste programme éolien, pour accompagner le développement des énergies renouvelables et de l'efficacité énergétique dans le pays.

Le Projet Marocain Intégré de l'Energie Eolienne, s'étalant sur une période de 10 ans pour un investissement total estimé à 31,5 milliards de dirhams, permettra au pays de

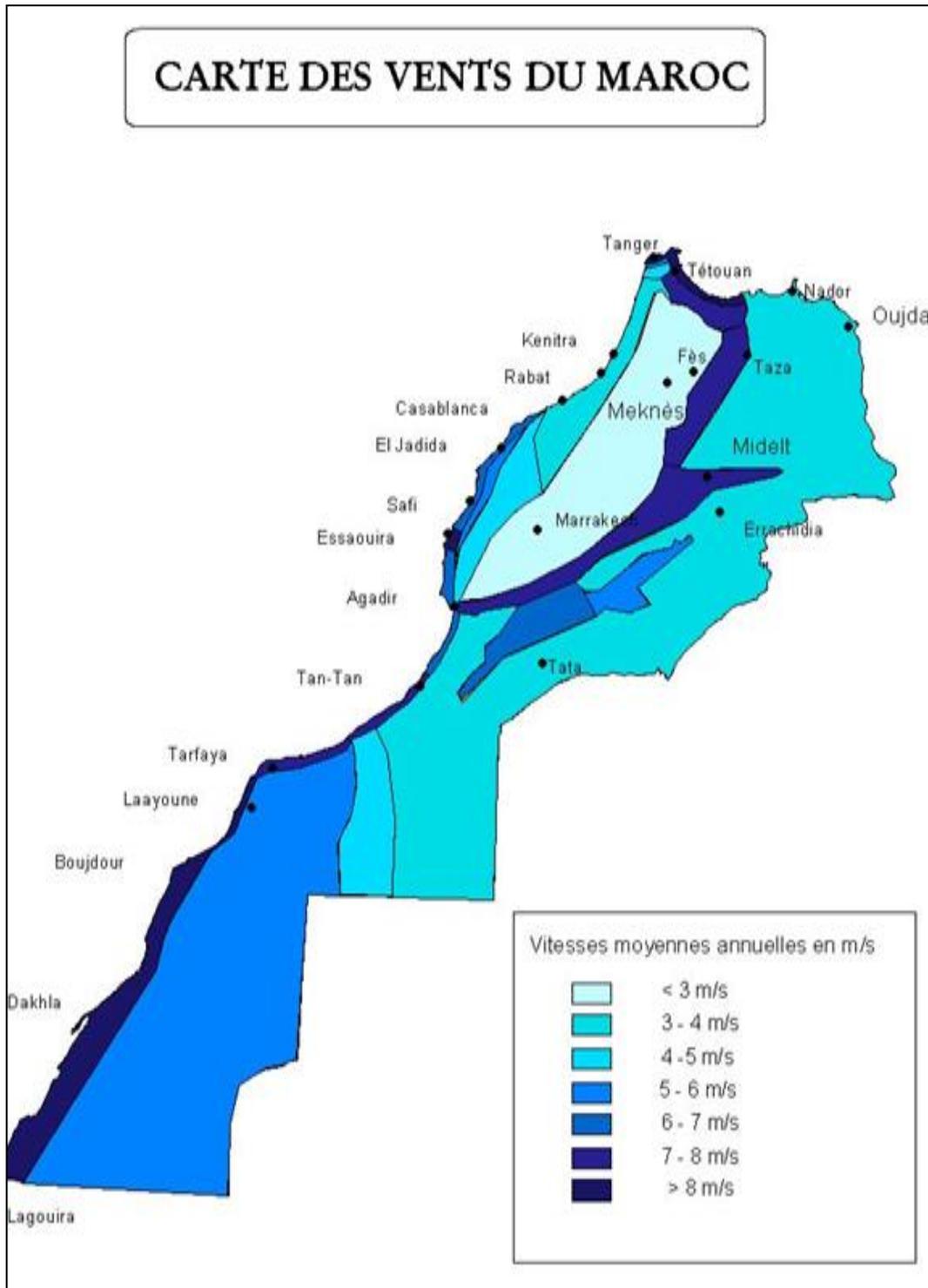
porter la puissance électrique installée, d'origine éolienne, de 280 MW en 2010 à 2000 MW à l'horizon 2020.

Le développement de 1720 MW de nouveaux parcs éoliens à l'horizon 2020 est prévu dans le cadre du projet éolien :

- 720 MW en cours de développement à Tarfaya (300 MW), Akhfenir (200 MW), Bab El Oued (50 MW), Haouma (50 MW) et Jbel Khalladi (120 MW)
- 1 000 MW prévus sur 5 nouveaux sites choisis pour leur grand potentiel: Tanger 2 (150 MW), Koudia El Baida à Tétouan (300 MW), Taza (150 MW), Tiskrad à Laayoune (300 MW) et Boujdour (100 MW).

Les objectifs du programme éolien sont:

- Augmenter la part de l'énergie éolienne dans la capacité électrique totale à 14% à l'horizon 2020
- Atteindre une capacité de production à partir de l'énergie éolienne de 2 GW et une capacité de production annuelle de 6600 GWh, correspondant à 26% de la production électrique actuelle
- Economiser en combustibles 1,5 million de tonnes équivalent pétrole annuellement, soit 750 millions de dollars US, et éviter l'émission de 5,6 millions de tonnes de CO₂ par an.



Carte des vents du Maroc prise du centre de développement des énergies renouvelable.

Chapitre 1

LE VENT

INTRODUCTION

1.1. Causes

1.2. Caractéristiques

1.3. Mesure de la vitesse

1.4. Puissance énergétique disponible

1.5. Modélisation théorique

1.5.1. Distribution de Weibull

1.5.2. Paramètres de Weibull

1.5.3. Valeurs remarquables de la distribution

1-6. Energie récupérable

1.1 Causes

Le vent est un sous-produit de l'énergie primaire provenant du soleil. La terre et son atmosphère constituent une vaste machine thermique dont la source chaude, constamment variable, est l'hémisphère irradié par le soleil, et la source froide, également variable, l'hémisphère obscur. Le fluide de travail, l'air, passe chaque jour de l'un à l'autre. Ce cycle produit une énergie mécanique qui est l'énergie cinétique de l'air ou vent. Par suite du faible écart de température, de l'ordre d'une dizaine de degrés, le rendement est peu très faible. Néanmoins, étant donné la quantité de chaleur, l'énergie éolienne (l'énergie restituée sous forme d'énergie cinétique), pour l'ensemble du globe, est considérable. Elle se situe entre $2,5 \cdot 10^{15}$ et $5 \cdot 10^{15}$ kWh/an. Toutefois, une petite partie seulement est vraiment récupérable.

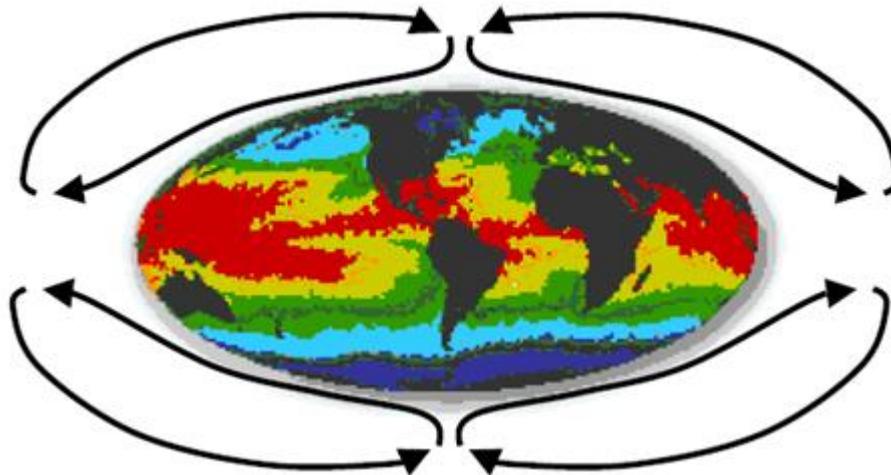


Figure 1

Zones de température à la surface de la Terre (photo du satellite NASA NOAA-7, en juillet 1984)

1.2 Caractéristiques

Les caractéristiques de l'atmosphère varient d'un jour à l'autre et d'un point du globe à l'autre. La puissance du vent est sensiblement constante à chaque instant pour l'ensemble du globe, en un lieu donné et sur une période solaire, mais elle varie considérablement en tout lieu et suivant les jours. La vitesse du vent est très variable. La vitesse du vent est une fonction croissante avec la hauteur au-dessus du sol et avec l'altitude (par rapport au niveau de la mer). La loi de répartition de la vitesse suivant une verticale dépend, d'une part, du relief local et, d'autre part, de la rugosité de la région. Au sommet d'une colline arrondie, on a un accroissement local de vitesse dont l'effet peut inverser le gradient de vitesse habituel et faire que la vitesse au sol soit plus grande qu'à une certaine hauteur.

La figure 2 traduit la répartition de la vitesse du vent en fonction du relief rencontré et de l'altitude.

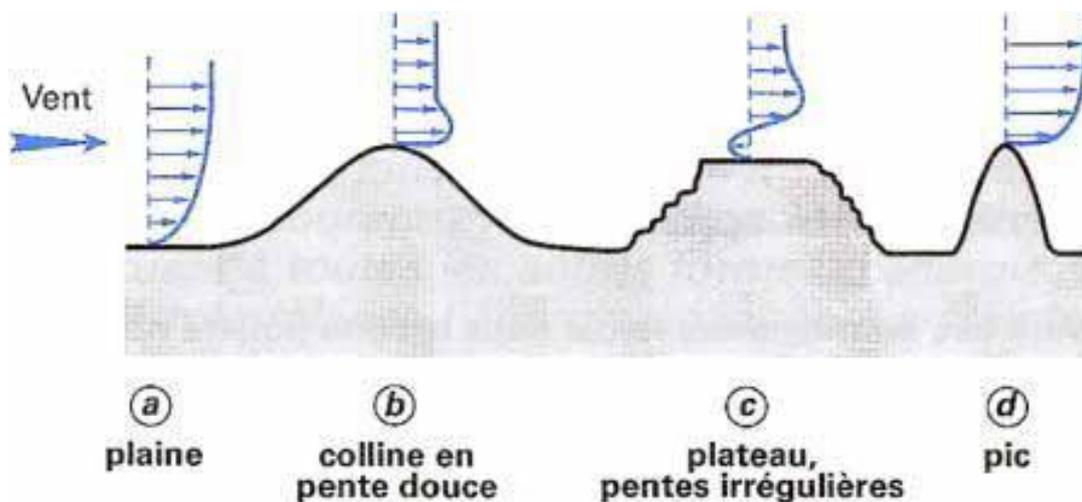


Figure 2 – Répartition de vitesse du vent en fonction du relief rencontré et de l'altitude

Les caractéristiques locales influencent de façon significative la vitesse et la direction du vent. Il convient d'en tenir compte dans la détermination du site d'un parc éolien. Ces caractéristiques locales sont nombreuses : rugosité, obstacles, phénomènes locaux (brises de mer, vents des versants montagneux), effet tunnel, effet de colline, effet de pic, ...

En terrain plat, on peut représenter la variation de vitesse v En fonction de la hauteur h au-dessus du sol par la loi :

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{h}{h_0}\right)^\alpha$$

avec

v_0 : vitesse à la hauteur h_0 de référence au-dessus du sol,

α : coefficient caractéristique du lieu (coefficient dépendant de la rugosité).

Le coefficient α a sensiblement les valeurs suivantes :

— en mer :	$\alpha = 0,13$;
— sur un rivage :	$\alpha = 0,16$;
— en plaine	$\alpha = 0,2$;
— en plaine boisée	$\alpha = 0,24$;
— en ville .:	$\alpha = 0,3$.

Le vent varie considérablement dans le temps, Les irrégularités sont maximales à l'échelle du mois. En moyenne, le vent est le plus fort en janvier, le plus faible en juillet. La répartition saisonnière est approximativement sinusoïdale. Les variations de courte durée ont des causes locales.

1.3. Mesure de la vitesse

L'homme a toujours associé au vent la notion de « force » de celui-ci. La puissance du vent a fait l'objet d'une classification empirique connue sous le terme d'échelle **BEAUFORT**. Cette classification est toujours très utilisée de nos jours tableau ci-dessous.

Echelle Beaufort	Vitesse du vent			Pression cinétique (daN/m ²)	Description
	nœuds (kts)	m/s	km/h		
0	1	0-0,1	1	<0,06	Calme, la fumée s'élève verticalement
1	1-3	0,5-1,5	1-5	<0,4	Formation de rides sur la mer, le vent incline la fumée
2	4-6	1,6-3,4	6-11	0,4	Vaguelettes courbes à crêtes vitreuses, les feuilles frémissent. Le visage ressent le souffle du vent
3	7-10	3,5-5,5	12-19	1,6	Grandes vaguelettes, écume et moutons apparaissent. Feuilles et petites branches s'agitent
4	11-16	5,5-8	20-28	3,2	Moutons de plus en plus denses. La poussière est soulevée. Les rameaux sont agités
5	17-21	8-11	29-38	6,5	Vagues modérées, mer moutonnante. Les petits arbres se balancent.
6	22-27	11-14	39-49	11	Grandes vagues avec crêtes d'écume blanche et embruns. Les grandes branches sont agitées ; les fils électriques vibrent. L'emploi du parapluie devient difficile.
7	28-33	14-17	50-61	16	La mer forcit et l'écume commence à s'envoler en traînée. Les arbres bougent. La marche contre le vent est désagréable
8	34-40	17-20	62-74	25	Les crêtes se pulvérisent en embrun et l'écume s'envole en grandes traînées. Les petites branches des arbres se cassent. Marcher devient difficile.
9	41-47	21-24	75-88	34	Les vagues déferlent et les embruns masquent la visibilité. Les branches moyennes des arbres cassent.
10	48-55	24-28	89-102	48	Les vagues de très grande hauteur déferlent ; la surface de l'eau est toute blanche. Les arbres sont déracinés et les toitures endommagées.
11	56-63	29-32	103-117	59	La visibilité en mer est pratiquement nulle. Les toitures sont arrachées.
12	64-71	33-36	118-133	80	
13	72-80	36-40	134-149	100	
14	81-89	40-45	150-176	130	
15	90-99	45-50	107-183	160	
16	100-108	50-54	184-201	180	
17	109-118	54-60	202-220	230	

Dans ce tableau, on trouve une valeur moyenne de la pression cinétique correspondant aux degrés Beaufort. On peut en effet associer à une vitesse moyenne de vent la pression cinétique moyenne correspondante.

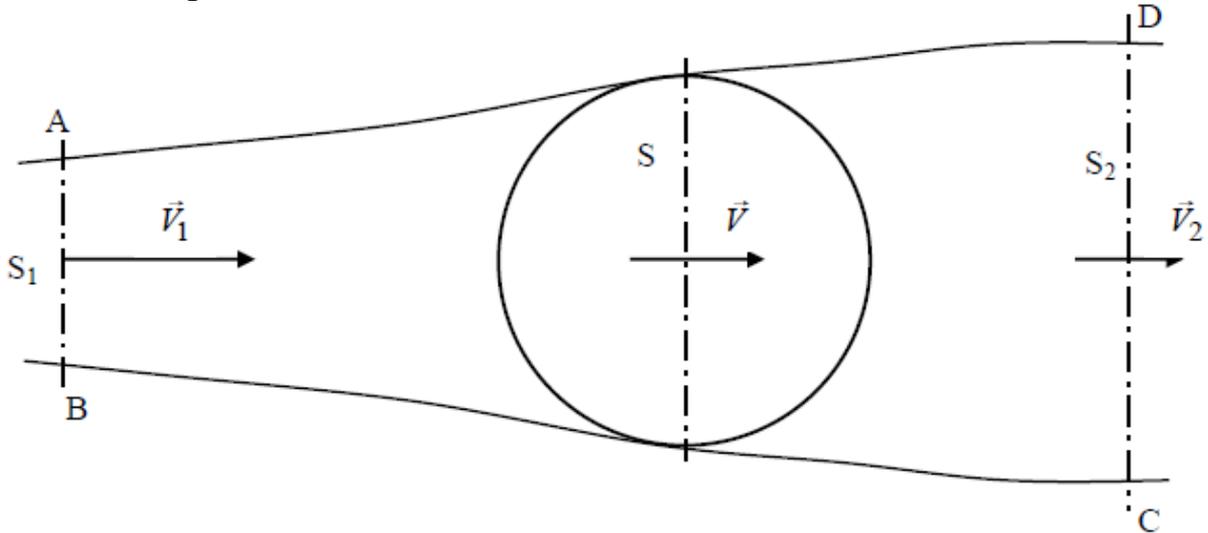
La vitesse moyenne étant donnée par $\bar{V} = \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt$

Alors la pression cinétique moyenne correspondante vaut

$$\rho(\bar{V})^2 = \int_{t_1}^{t_2} \rho V^2(t) dt$$

1.4. Puissance énergétique disponible

L'énergie cinétique moyenne du vent, disponible sur un site, est l'énergie cinétique de l'air qui traverse une certaine surface S . L'éolienne est immergée dans un seul tube de courant (Figure ci-dessous), et le vent la traversant est ralenti en sortie de machine:



Notons V_1 la vitesse du vent à l'infini amont du capteur, V_2 la vitesse à l'infini aval, et V celle au droit de l'hélice.

Appliquons le théorème des quantités de mouvement sur le domaine délimité par les deux surfaces S_1 et S_2 et la surface latérale. La somme des forces extérieures appliquées sur ce domaine est égale à la variation de quantité de mouvement entre S_1 et S_2 .

Les calculs sont menés par application du théorème des quantités de mouvement sur le domaine ABCD.

La conservation du débit massique permet d'écrire :

$$Q_m = \rho S_1 V_1 = \rho S V = \rho S_2 V_2$$

Les forces extérieures sont les forces de pression, qui s'annulent sur le domaine. L'effort exercé par le tube de courant sur le rotor vaut :

$$F = Q_m (V_1 - V_2) = \rho S V (V_1 - V_2)$$

et la puissance développée par l'air vaut donc :

$$P = FV = \rho S V^2 (V_1 - V_2)$$

Quant à la puissance P_a absorbée par le capteur, elle est égale à la variation de puissance P_c de masse d'air le traversant :

$$P_a = \Delta P_c = \frac{1}{2} \rho S V (V_1^2 - V_2^2) = \frac{1}{2} Q_m (V_1^2 - V_2^2)$$

$$= \frac{1}{2} \rho S V_1^3 - \frac{1}{2} \rho S V_2^3$$

Or ces deux puissances sont égales $P = Pa$

$$\rho S V^2 (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} \rho S_1 V_1 V_1^2 - \frac{1}{2} \rho S_2 V_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \rho S V (V_1^2 - V_2^2)$$

Sachant que nous avons

$$\rho S_1 V_1 = \rho S V = \rho S_2 V_2$$

On a :

$$V(V_1 - V_2) = \frac{1}{2} (V_1^2 - V_2^2) = \frac{1}{2} (V_1 - V_2)(V_1 + V_2)$$

On en déduit la **règle de PRANDTL-BETZ**

C'est-à-dire

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

Si on pose $k = \frac{V_2}{V_1}$ on peut écrire :

$$\begin{aligned} Pa &= \frac{1}{2} \rho S V (V_1^2 - V_2^2) = \frac{1}{2} \rho S V V_1^2 \left(1 - \frac{V_2^2}{V_1^2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \rho S \frac{V_1 + V_2}{2} V_1^2 (1 - k^2) \\ &= \frac{1}{4} \rho S (1 + k) V_1 V_1^2 (1 - k^2) \\ &= \frac{1}{4} \rho S V_1^3 (1 + k)^2 (1 - k) \end{aligned}$$

Cette puissance est maximale lorsque $\frac{\partial Pa}{\partial V_2} = 0$ à V_1 constante,

C'est-à-dire

$$\frac{\partial Pa}{\partial k} = 0 = 2(1 + k)(1 - k) - (1 + k)^2$$

Soit la solution $k = 1/3$

$$\begin{aligned} \text{Alors } Pa_{max} &= \frac{1}{4} \frac{1}{2} \rho S V_1^3 (1 + k)^2 (1 - k) \\ &= \frac{16}{27} \left(\frac{1}{2} \rho S V_1^3 \right) = 0.60 \left(\frac{1}{2} \rho S V_1^3 \right) \end{aligned}$$

On a démontré que l'énergie récupérable dépend du rapport $k = V_2/V_1$ et passe par un maximum lorsqu'il est égal à 1/3. Dans ces conditions, l'énergie récupérable est égale aux 16/27 de l'énergie cinétique totale. Il n'est donc possible de récupérer, au mieux, que moins de 60 % de cette énergie, ce qui définit le **rendement de Betz** par rapport auquel on établit le **rendement d'un capteur**

Le rapport 16/27 est appelé limite de Betz, on conclut donc que la puissance maximale récupérable vaut 0.6 fois la puissance totale disponible dans le tube. Elle

correspond à l'énergie maximale qu'il est possible de prélever par le capteur éolien. Or Betz a montré que seule une fraction de cette énergie était récupérable dans le cas d'un capteur à axe horizontal.

En résumé il est utile de rappeler les paramètres influençant l'énergie récupérable par une éolienne à axe horizontal. Certains de ces paramètres sont liés aux caractéristiques de l'air :

- ✓ La densité de l'air influence directement la puissance récupérable par m^2 d'un tube de courant. Or cette densité est inversement proportionnelle à l'altitude d'un site.
- ✓ La température de l'air. Comme l'altitude, la masse volumique est inversement proportionnelle à la température de la masse d'air. Le potentiel éolien d'un site en région chaude est moins élevé que celui d'un site en région froide.
- ✓ L'humidité relative de l'air, dont la présence a pour conséquence une diminution sensible de la densité de l'air.

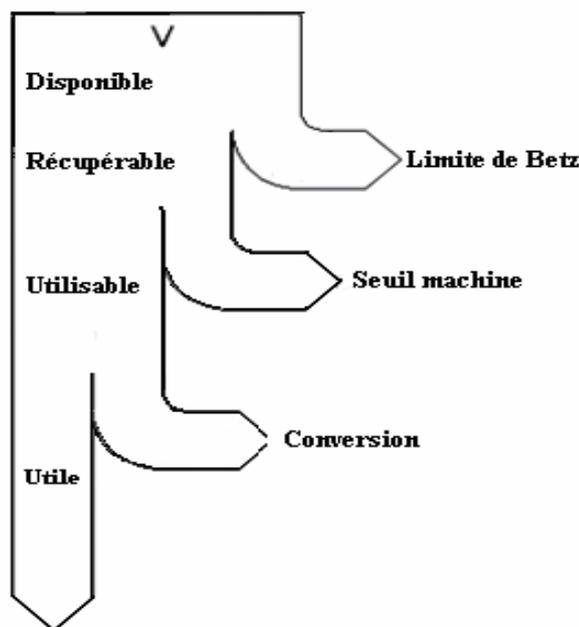
D'autres sont liés à la conception de l'éolienne :

- ✓ La surface balayée par le rotor
- ✓ La hauteur du moyeu
- ✓ La forme des pales et la géométrie du profil.

1.5. Modélisation théorique

Compte tenu des nécessités de conversion de l'énergie cinétique due au vent en énergie mécanique (mouvement de rotation de l'éolienne) l'énergie disponible subit une suite de pertes en cascades, jusqu'à la sortie machine, (limite de Betz, seuils machine et pertes de conversion). Cette dégradation de l'énergie est représentée schématiquement en figure ci-dessous.

En effet, seule une partie de la puissance éolienne disponible sur un site donné, appelée puissance utilisable est récupérée au niveau de l'axe de la machine (énergie mécanique) :



*Représentation schématique des dégradations
successives de l'énergie éolienne avant utilisation.*

Le vent est en permanente fluctuation, en vitesse comme en direction. Ces fluctuations ont une conséquence directe sur l'énergie du vent. Les irrégularités temporelles sont enregistrables et quantifiables. L'amplitude de ces variations dépend d'un certain nombre de paramètres, tels que le temps, la surface du sol, l'heure, etc... De nombreux travaux ont cherché à établir une loi de distribution des fréquences de vitesse. En effet, une telle loi est extrêmement utile pour tenter de prédire le potentiel éolien d'un site particulier. De tous les travaux engagés, il en ressort que ceux de WEIBULL sont de loin les plus proches de la réalité, et sont compatibles avec les observations statistiques.

1.5.1 Distribution de Weibull

La distribution de Weibull est une fonction à deux paramètres (les paramètres de Weibull k et c). Il définit une fonction densité de probabilité (probabilité f qu'un vent de vitesse V se produise):

$$f(\bar{V}) = \frac{k}{c} \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^{k-1} \exp\left(-\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k\right)$$

La fonction de distribution cumulative :

$$F(\bar{V}) = \int f(\bar{V}) d\bar{V} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k\right)$$

Dans ces deux relations :

\bar{V} : la vitesse moyenne du vent (moyennée sur 10 mn),

k : est un paramètre de forme sans dimension,

c : paramètre d'échelle (unité de vitesse).

Soit Γ la fonction eulérienne de seconde espèce :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \exp(-t) dt$$

en posant :

$$t = \left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k \quad \text{et} \quad (x-1) = \frac{1}{k}$$

on peut alors exprimer la moyenne \bar{V} et l'écart type σ de la distribution comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{V} &= c \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \\ \sigma^2 &= c \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right) \end{aligned}$$

On obtient la fonction densité de probabilité $f(\bar{V}_0)$ (voir courbe ci-dessous, l'intégration de cette fonction de \bar{V}_0 à ∞ permet d'obtenir la fonction de répartition $P(\bar{V}_0)$; la fonction de répartition donne la probabilité P qu'un vent ait une vitesse supérieure ou égale à \bar{V}_0 . Il s'agit donc de

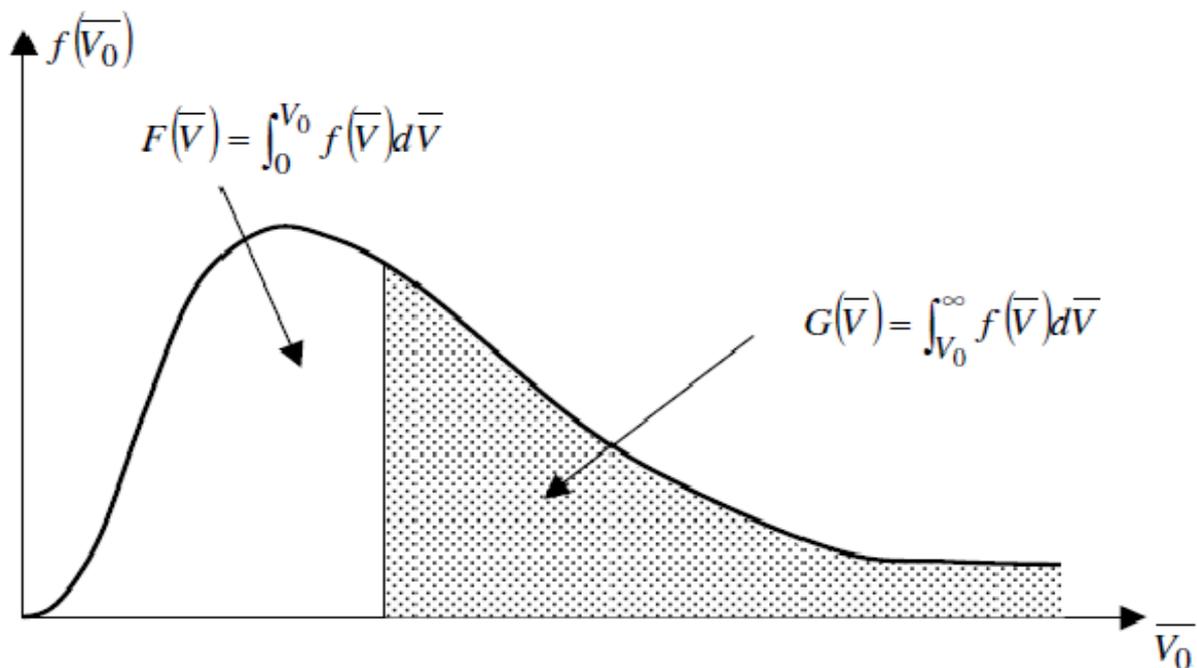
$$G(\bar{V}) = \int_{\bar{V}_0}^{\infty} f(\bar{V}) d\bar{V} = \exp\left(-\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k\right)$$

De même on a $F(\bar{V})$

$$F(\bar{V}) = \int_0^{\bar{V}_0} f(\bar{V}) d\bar{V}$$

Notons que les fonctions $G(\bar{V})$ et $F(\bar{V})$ sont complémentaires :

$$(F(\bar{V}) + G(\bar{V})) = 1$$



Paramètres de Weibull

Les deux paramètres de Weibull peuvent être déterminés expérimentalement sur site. De nombreuses méthodes existent, mais la plus simple et la plus utilisée est celle dite « du papier de Weibull ».

De la relation

$$F(\bar{V}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k\right)$$

On tire

$$1 - F(\bar{V}) = \exp\left(-\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)^k\right)$$

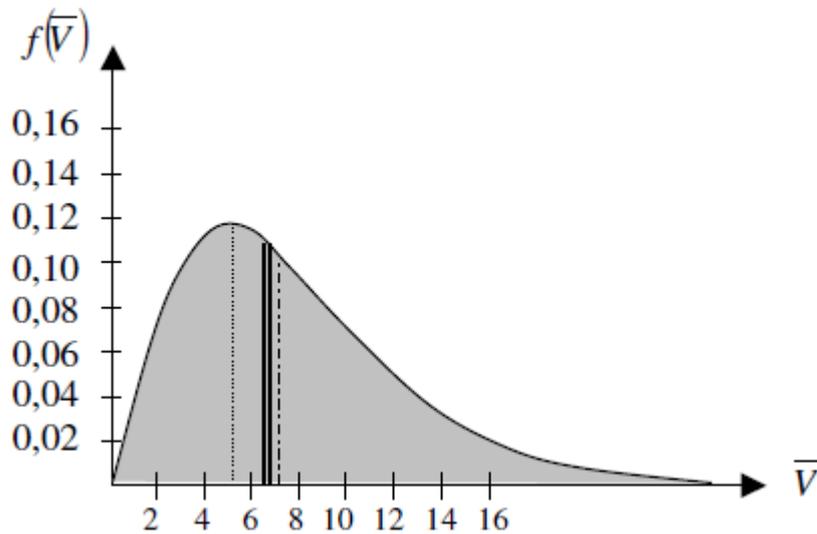
Cette dernière égalité peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\ln(-\ln(1-F(\bar{V}))) = k \ln \bar{V} - k \ln c$$

Ainsi, la représentation graphique de $\ln(-\ln(1-F(\bar{V})))$ en fonction de $\ln \bar{V}$ est une droite de pente k .

Valeurs remarquables de la distribution

Considérons la distribution suivante :



Distribution de Weibull pour un site particulier

Cette distribution correspond à un site de vent moyen égal à 7 m/s, et la forme de la distribution correspond à un paramètre de forme de 2. Trois valeurs remarquables sont identifiées sur la figure :

- $V=5,5$ m/s : c'est la **valeur modale** de la distribution. Elle correspond à la vitesse du vent la plus fréquente
- $V=6,5$ m/s : c'est la **valeur médiane** de la distribution. 50% des vents ont une vitesse inférieure à cette valeur (la fréquence des vents plus forts étant bien évidemment identique)
- $V=7$ m/s : c'est la **valeur moyenne** des vents enregistrés, à ne pas confondre avec la valeur médiane ou la valeur modale

1-6. Energie récupérable

1-6-1. Puissance moyenne sur une période

La puissance cinétique d'un vent est une donnée instantanée, qui demande à être moyennée pour pouvoir être exploitable. Nous allons donc définir une puissance moyenne sur un intervalle Δt :

$$\bar{P} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \frac{1}{2} \rho S V^3(t) dt$$

En faisant intervenir les variations de vent, cette relation peut s'écrire également :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho S \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} (\bar{V} + V')^3 dt$$

Avec $V = \bar{V} + V'$ et V' : fluctuation de la vitesse

En prenant un intervalle $dt = 10mn$, et en développant l'expression entre parenthèses, on obtient l'expression de la puissance moyenne sur 10 mn :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho S (\overline{\bar{V}^3} + 3\overline{\bar{V}^2 V'} + 3\overline{V'^2 \bar{V}} + \overline{V'^3})$$

Sachant de plus que $\overline{V'} = 0$ que $I^2 = \frac{\overline{V'^2}}{\bar{V}^2}$ et que $\frac{\overline{V'^3}}{\bar{V}^3} = 0$; l'expression ci-dessus devient :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho S \bar{V}^3 (1 + 3I^2)$$

Enfin, il est utile de posséder une estimation du potentiel annuel du gisement éolien. En considérant la masse volumique constante, on écrira alors :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho S (1 + 3I^2) \int_0^{\infty} f(\bar{V}) \bar{V}^3 dV$$

Où I : représente l'intensité de turbulence (par exemple $I=0,2$ en rase campagne)

\bar{V} : est la vitesse du vent moyennée sur 10 mn

$f(\bar{V})$: la distribution de fréquence de la vitesse moyenne pour la période T choisie.

L'énergie éolienne potentielle par unité de surface captée sur une durée T (par exemple 10 mn) est donnée par :

$$E = T \frac{1}{2} \rho (1 + 3I^2) \bar{V}^3$$

L'énergie potentielle annuelle, notée E_{ap} , exprimée en kWh/m²/an sur une durée $T=8760$ heures, est donnée par l'expression :

$$E_{ap} = \frac{8760}{10^3} \frac{1}{2} \rho (1 + 3I^2) \int_0^{\infty} \bar{V}^3 f(\bar{V}) dV$$

L'énergie annuelle récupérable limite E_{arl} fait intervenir le rapport de Betz 27/16. Elle s'exprimera alors :

$$E_{ap} = \frac{27}{16} \frac{8760}{10^3} \frac{1}{2} \rho (1 + 3I^2) \int_0^{\infty} \bar{V}^3 f(\bar{V}) dV$$

Les relations précédentes sont exprimées à l'aide de la fonction densité de probabilité de Weibull. Nous allons donc pouvoir exprimer l'énergie de Weibull E_w comme suit:

$$E_{ap} = \frac{27}{16} \frac{8760}{10^3} \frac{1}{2} \rho (1 + 3I^2) \int_0^{\infty} \left\{ \frac{k}{c} \left(\frac{\bar{V}}{c} \right)^{k-1} \bar{V}^3 \exp \left[- \left(\frac{\bar{V}}{c} \right)^k \right] \right\} dV$$

où c et k sont les paramètres de Weibull.
