Master Spécialisé : Génie Energétique et Environnement **2015-2016**

APPLICATIONS

Partie : C O N V E C T I O N

Problème 1

Une usine de chauffage urbain doit desservir en eau chaude à 60°C un ensemble d'immeubles situés à une distance moyenne de 2 km. L'eau, au départ de l'usine, est à 70°C, et est refoulée à un débit de 9 m3/h dans une canalisation en acier de 100 mm de diamètre extérieur et 10 mm d'épaisseur. Les déperditions thermiques de la conduite sont réduites à l'aide d'un calorifuge cylindrique en laine de verre.

1/ *Calculer la puissance thermique (en kW) perdue pendant le transport.*
2/ *En admettant que l'eau est à la température moyenne de 65°C, et pour une température extérieure de 15°C, déterminer la résistance thermique globale R_{tot} de la conduite calorifugée.*
3/ *Calculer le coefficient d'échange par convection h entre l'eau et la paroi intérieure de la canalisation. En déduire la température moyenne T_{pi} de cette paroi intérieure de la canalisation.*
4/ *Calculer la résistance thermique R_{tuyau} de la canalisation, et en déduire la température T_{pe} de la paroi extérieure du tube d'acier.*
Pour simplifier, on pourra se contenter d'une estimation approchée et assimiler la paroi de la canalisation à une paroi plane, sans tenir compte de la géométrie cylindrique.
5/ *Déduire alors du bilan total R_{tot} obtenu à la seconde question, quelle doit être la résistance thermique R_{isol} du calorifuge.*
Calculer enfin l'épaisseur de laine de verre nécessaire pour obtenir cette isolation.

Les constantes physiques nécessaires à la résolution numérique de ce problème sont données dans un tableau au verso.

Constantes physiques:

Masse volumique de l'eau à 65°C :	*ρ = 980 kg/m3*
Chaleur massique de l'eau à 65°C :	*C = 4.185 J/(kg.°C)*
Viscosité dynamique de l'eau à 65°C :	*μ = 5,5 . 10–4 Pa.s*
Conductivité thermique de l'eau à 65°C :	*λ = 0,64 W/(m.°C)*
Conductivité thermique de l'acier:	*λ = 46 W/(m.°C)*
Conductivité thermique de la laine de verre:	*λ = 0,04 W/(m.°C)*

Problème 2

I- *Donner la définition du coefficient de transfert de chaleur par convection. Préciser les différentes grandeurs et leurs unités*

II- *Un long cylindre de rayon r_0, initialement à la température uniforme T_0, est brusquement immergé dans un fluide de température T_∞ avec un coefficient d'échange de chaleur par convection h. Montrer, au moyen de l'analyse dimensionnelle, que la distribution des températures peut être exprimée en fonction des quatre paramètres suivants :*

$$\frac{T(r)-T_\infty}{T_0-T_\infty}, \quad \frac{r}{r_0}, \quad \frac{a\theta}{r_0^2}, \quad \frac{hr_0}{\lambda}$$

III- *On considère un écoulement entre deux plaques parallèles dont l'un est fixe, et l'autre animé d'une vitesse U_e selon la direction x. La distance **e** entre les deux plans est constante, et la direction perpendiculaire aux plans est notée y. Les températures de parois sont imposées $T_0(y=0)$ et $T_e(y=e)$, le gradient de pression $\frac{\partial P^*}{\partial x}=0$, et on considère que le problème est unidimensionnel. La fonction de dissipation est prise en compte dans l'équation d'énergie (on prendra $\Phi=\mu(\frac{\partial u}{\partial y})^2$ pour un écoulement unidimensionnel).*

1°/ Montrer que les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie relatives à ce problème s'écrivent sous la forme suivantes :

$$0=\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$0=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\mu}{\rho c_P}(\frac{\partial U}{\partial y})^2$$

***2**°/ Déterminer les profils de vitesse et de température entre les deux plaques.*

***3**°/ Par un choix approprié des grandeurs de référence exprimé T^+ (température adimensionnelle) en fonction de y^+ et de nombres sans dimension significatifs du problème étudié.*

***4**°/ tracer l'allure de quelques courbes $T^+(y^+)$. Dans quelle condition on a une conduction pure, préciser la nature de la courbe $T^+(y^+)$. Déterminer à quelle condition $T^+(y^+)$ présente un extremum entre les deux plaques.*

***5**°/ Calculer les flux de chaleur pariétaux φ_{p0} et φ_{pe}, donner une interprétation physique de ce résultat.*

***6**/ Application :*

- *Le fluide est une huile de lubrification $\lambda=0.145w/mK;\quad \mu=0.032\,Pa.s$*
- *Le système est un palier de diamètre intérieur 20mm et épaisseur **e**=1mm*
- *Le cylindre intérieur est fixe, le cylindre extérieur tourne à N=600tr/mn.*
- *On impose $T_e-T_0=10°C$*

Calculer φ_{p_0} et φ_{p_e}.

Problème 3

On considère une plaque plane parallèle à un écoulement laminaire uniforme de fluide isochore. La plaque est poreuse et comporte un dispositif d'aspiration, réglé de telle sorte que la composante V de vitesse possède une valeur $V_{P\ imposée}$ à la paroi ($V_P<0$).

1/ *Ecrire le système d'équations auquel obéit le mouvement du fluide. Vérifier que ce système possède une solution particulière indépendante de x, compatible avec les conditions aux limites, et calculer V(y) et U(y).*

2/ *Montrer que l'on peut définir une épaisseur de couche limite dynamique δ ; la calculer et discuter ses propriétés.*

Application *(écoulement d'eau à 20°C) : $\nu = 10^{-6} m^2/s$; $\mu = 10^{-3} kg/ms$; U_∞=5m/s ; V_P=-6cm/s. Comparer avec l'épaisseur de couche limite normale (sans aspiration) à l'abscisse x_c correspondant à la transition laminaire- turbulent (prendre $R_e=5\ 10^5$) Cerner approximativement la condition de validité des formules obtenues à la question 1. Est-elle vérifiée ici ?*

3/ *Déterminer la contrainte pariétale de cisaillement τ_p. Comparer avec la valeur moyenne $\bar{\tau}_{pc}$ sur la zone laminaire pour un écoulement sans aspiration, dans les mêmes conditions qu'à la question 2. Montrer que $\tau_p / \bar{\tau}_{pc}$ s'exprime en fonction de R_L(R_c). Calculer C_f le coefficient de frottement.*

4/ *L'écoulement incident est à une température T_∞. On maintient la plaque à une température T_p également uniforme. La dissipation visqueuse est négligée. Montrer que l'équation d'énergie possède aussi une solution indépendante de x, et calculer $T(y)-T_p$. Reprendre les questions 2 et 3 avec l'épaisseur de couche limite δ_T et la densité de flux à la paroi φ_P, dans le cas où T_p=20°C et T_∞=25°C. Interpréter l'expression de φ_P. Comparer δ et δ_T. On donne : C_P= 4180J/kgK.*

5/ *La fonction de dissipation Φ est maintenant prise en compte. Vérifier qu'il existe un cas particulier pour lequel $\dfrac{T - T_p}{T_\infty - T_p} = e^{By}$ (T indépendante de x) et déterminer B. Montrer que la condition d'existence de ce cas particulier s'exprime sous la forme $E_c=f(Pr)$ (E_c nombre d'Eckert). Pour une température T_∞ de 25 °C, quelle température de paroi T_p faudrait-il imposer pour satisfaire à cette condition avec les données numériques des questions précédentes ? Même question pour T_∞ =85 °C. Commenter ces résultats.*

Problème 4

I- Échange de chaleur en régime transitoire

On considère le cas de l'évolution de la température en fonction du temps, pour une billette refroidie dans un bain à température constante T_∞. On suppose que la billette se trouve initialement à la température uniforme T_0 et que sa température est uniforme et constante à chaque instant. On admet que le coefficient d'échange de chaleur h garde une valeur moyenne constante durant le temps de refroidissement.

***1°**/ Quelles sont les quantités physiques jouant le rôle de variables dans le refroidissement de la billette, indiquer leurs formes dimensionnelles.*

***2°**/Quel est le nombre de groupement adimensionnels nécessaires pour décrire le phénomène de refroidissement de la billette, donner leurs expressions.*

II- Convection libre laminaire externe.

On considère une plaque plane verticale isotherme (T_p = cste) et un fluide immobile et isotherme au loin (T_∞ =cste), avec $T_p > T_\infty$.

***1°**/ Montrer que les équations de conservations de la couche limite en écoulement laminaire permanent d'un fluide incompressible, s'écrivent sous la forme suivantes :*

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = g\beta(T - T_\infty) + \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Axe x dans le sens du déplacement.

***2°**/Ecrire les conditions aux limites nécessaires à la résolution de ce système d'équations.*

***3°**/ On se propose de rechercher des solutions du système d'équations ci-dessus par la méthode de Blasius. Cela suppose l'existence d'une fonction ψ tel que :*

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \; V = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Et l'existence d'une similitude des profils de vitesse et de température dans l'espace affine {X(x), y} tel que l'on ait simultanément :

$$\frac{U}{V_0} = f(\eta) = \frac{dF}{d\eta} \quad , \quad \Theta = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty} = \Theta(\eta)$$

Avec $\eta = \dfrac{y}{X(x)}$, $V_0 = (g\beta\Delta T_0 x)^{1/2}$, $\Delta T_0 = T_p - T_\infty$

3-1. *Ecrire l'équation de quantité de mouvement ci-dessus en fonction des nouvelles variables.*

3-2. *Une condition nécessaire pour que la similitude soit réalisée, il faut que les coefficients de la nouvelle équation de quantité de mouvement soient indépendants de x.*
Par l'application de cette condition montrer qu'on peut écrire cette équation sous la forme **:**

$$F''' - \frac{1}{2}F'^2 + \frac{3}{4}FF'' + \Theta = 0$$

N.B (si on démontre que le coefficient de F''' est constant, on peut le prendre =1)

3-3 *Montrer aussi que l'équation de conservation d'énergie en fonction des nouvelles variables s'écrit :*

$$\Theta'' + \frac{3}{4}\Pr F\Theta' = 0$$

3-4. *Vérifier que* $\eta = \frac{y}{x}Gr_x^{1/2}$ *,* Gr_x *est le nombre de Grashoff.*
Que devient les conditions aux limites à la paroi et au loin.

4°/. *Calculer le flux de chaleur pariétal local* φ_{px} *et vérifier que le nombre de Nusselt local s'écrit sous la forme :*

$$Nu_x = \frac{|\varphi_{px}|}{\Delta T_0}\frac{x}{\lambda} = -\Theta'(0)Gr_x^{1/4}$$

****

Problème 5

Epreuve : ***Convection 2013/2014***

Session de janvier - Durée 3heures

I- Question de cours

1- *Définir brièvement un phénomène de convection.*

2- *Quels sont les types de convection qu'on peut rencontrer et les causes qui les provoquent.*

3- *Donner l'expression de la loi de Newton pour le calcul du flux de chaleur φ par convection, en précisant les différentes variables intervenants et leur unité.*

II- Exercice 1

On considère le cas pratique d'un fluide en circulation dans une canalisation, pour lequel se propose de déterminer le coefficient de convection ***h*** relatif au transfert de chaleur fluide-paroi, qui correspond à une convection forcée, par l'application de l'analyse dimensionnelle.

1- Donner les différentes grandeurs qui influencent le flux de chaleur φ dans la canalisation et leur unité en SI.

2- On cherche 3 groupements adimensionnels π1, π2, π3 qu'on écrit sous la forme :

$$\pi_1 = \frac{\varphi}{\Delta T^a \lambda^b \rho^c D^d U^e} \ , . \ \pi_2 = \frac{C_P}{\Delta T^a \lambda^b \rho^c D^d U^e} \ , \ \pi_3 = \frac{\mu}{\Delta T^a \lambda^b \rho^c D^d U^e}$$

a- *Pour chaque rapport π, établir le système des équations en dimension à résoudre. Déterminer le groupement adimensionnel.*

b- *Montrer qu'on peut écrire ces groupements comme suit :*

$$\pi_1 = \frac{hD}{\lambda} = Nu \quad , \quad \pi_2 = \frac{\rho U D C_P}{\lambda} = R_e P_r \quad , \quad \pi_3 = \frac{\mu}{\rho U D} = \frac{1}{R_e}$$

III- Exercice 2

On considère un écoulement entre deux plaques parallèles dont l'un est fixe, l'autre est animé d'une vitesse U_e selon la direction ***x***. La distance e entre les deux plans est constante, et la direction perpendiculaire aux plans est notée ***y***. Les températures de parois sont imposées T_0($y=0$) et T_e($y=e$), on suppose que le problème est unidimensionnel.

Dans ces conditions la solution des équations de Navies-Stokes est donnée par :

$$U(y) = \frac{U_e}{e} y$$

1°/ *Donner l'équation de conservation de l'énergie relative à ce problème et montrer qu'elle s'écrit sous la forme :*

$$0 = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho c_P}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2$$

2°/ *Déterminer le profil de température entre les deux plaques.*

3°/ *Par un choix approprié des grandeurs de référence, exprimer T_+ en fonction de y_+ et montrer qu'on peut écrire T_+ sous la forme :*

$$T_+ = -\frac{1}{2}.Pr.Ec.y_+^2 + (1 + \frac{1}{2}.Pr.Ec)y_+$$

Avec $\Pr = \dfrac{\mu C_P}{\lambda}$ *nombre de Prandtl, et* $Ec = \dfrac{U_e^2}{C_P(T_e - T_0)}$ *nombre d'Eckert*

4°/ *Etude de la fonction T_+*

a- Dans quelle condition on a une conduction pure, tracer la courbe correspondante.

b- Déterminer à quelle condition $T_+(y_+)$ présente un extremum entre les deux plaques.

c- Tracer l'allure de la courbe $T_+(y_+)$ dans les deux cas suivants $T_e \geq T_0$ et $T_e \leq T_0$ en précisant le sens de la concavité de la courbe.

5°/ *Calculer les flux de chaleur pariétaux φ_{p0} et φ_{pe} .Conclusions.*