

Contrôle continue
 Module : Transfert de chaleur
 (Durée : 1h 30)

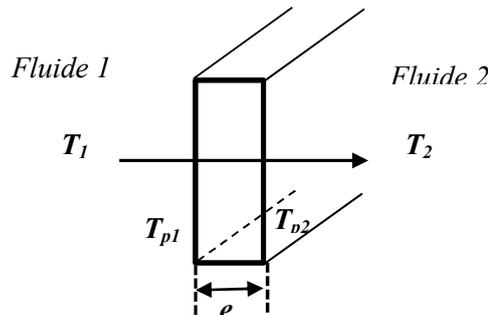
- N.B :** - Aucun document n'est autorisé
 - Pas de téléphone portable
 - Pas de changement de copie

I- Questions de cours :

- a- Donner la définition et l'expression d'un flux de chaleur par conduction.
 b- Donner la définition et l'expression d'un flux de chaleur par convection.

II- Exercice 1 :

On considère un mur de surface S , d'épaisseur e et de conductibilité λ , séparant deux fluides aux températures T_1 et T_2 avec $T_1 > T_2$, les températures des parois sont T_{p1} et T_{p2} ; h_1 et h_2 sont successivement les coefficients de convection des fluides 1 et 2.



1°) En régime permanent écrire les différents flux de chaleur échangés entre le mur et les deux fluides, que peut-on dire de ces flux de chaleur.

2°) Montrer que le flux de chaleur échangé peut s'écrire en fonction de la différence de température des deux fluides ($T_1 - T_2$), en déduire l'expression du coefficient globale (h_{gl}) de transfert thermique.

3°) Si le mur est composé de n éléments (e_i, λ_i), ($i=1,2,\dots,n$) que devient le coefficient globale h_{gl} de transfert thermique.

III- Exercice 2

On considère une plaque plane verticale maintenue à une température $T_p=60^\circ\text{C}$, en contact avec de l'air atmosphérique à la température $T_a=16^\circ\text{C}$.

On donne :

- ✓ Les caractéristiques de l'air à la température $T_f=38^\circ\text{C}$, sont les suivants :
 $C_p=0.24 \text{ kcal/kg } ^\circ\text{C}$, $\lambda=0.0234 \text{ Kcal h}^{-1}\text{m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} = 7.7 \cdot 10^7$
- ✓ Les corrélations suivantes pour les régimes d'écoulements :
 - Ecoulement laminaire $10^4 < Gr Pr < 10^9$, $Nu_x = 0.57 (Gr Pr)^{1/4}$
 - Ecoulement turbulent $10^9 < Gr Pr < 10^{12}$, $Nu_x = 0.12 (Gr Pr)^{1/3}$

1°) calculer la hauteur de la plaque pour laquelle il y a changement de régime d'écoulement, noté x_c .

2°) calculer l'expression $h(x)$ du coefficient de transfert de chaleur dans les deux cas du régime d'écoulement.

3°) Applications : calculer $h(x)$ coefficient de transfert de chaleur pour les différentes valeurs de x sur le tableau ci-dessous :

$x(\text{m})$	Expression de Nu	$Gr Pr$	Nu	h
0.1				
0.2				
0.3				
0.4				
0.5				
0.6				
0.7				
0.8				
0.9				
1				

- Préciser l'unité de h :

- que remarque-t-on sur les valeurs de h :

- Conclusion :

SOLUTION

I- Questions de cours :

a) Donner la définition et l'expression d'un flux de chaleur par conduction.

La conduction est un transfert de chaleur interne aux milieux misent en contact avec des sources de chaleur extérieures. L'écoulement de chaleur (flux de chaleur) est caractérisé par la loi phénoménologique de Fourier suivante :

$$\Phi = -\lambda S \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}$$

Ou densité de flux

$$d\varphi = -\lambda \vec{\nabla} T \cdot \vec{n}$$

\vec{n} : Normale à la surface isotherme S

b) Donner la définition et l'expression d'un flux de chaleur par convection.

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit uniquement au sein des milieux fluides. Le flux de chaleur par convection est donné par la loi de Newton :

$$\Phi = h \cdot S \cdot (T_p - T_\infty)$$

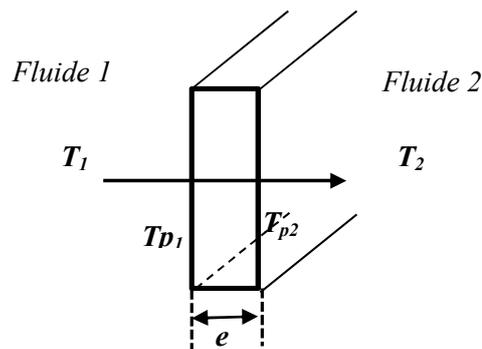
Ou densité de flux

$$\varphi = h \cdot (T_p - T_\infty)$$

II- Exercice 1

1°) En régime permanent écrire les différents flux de chaleur échangés entre le mur et les deux fluides, que peut-on dire de ces flux de chaleur.

En régime permanent on a un flux de chaleur qui traverse le mur du fluide 1 vers le fluide 2:



- Convection dans le fluide à la température T_{p1}

$$\Phi = h_1 \cdot S \cdot (T_{p1} - T_1)$$

- Conduction dans le mur

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot S}{e} (T_{p2} - T_{p1})$$

- Convection dans le fluide à la température T_{p2}

$$\Phi = h_2 \cdot S \cdot (T_2 - T_{p2})$$

Il y a conservation des flux de chaleur sachant que les surfaces des parois sont isothermes, donc le flux de chaleur qui traverse les différents parois est constant.

2°) Montrer que le flux de chaleur échangé peut s'écrire en fonction de la différence de température des deux fluides ($T_1 - T_2$), en déduire l'expression du coefficient global (h_{gl}) de transfert thermique.

Le régime est permanent on peut écrire :

$$\Phi = h_2 \cdot S \cdot (T_2 - T_{p2}) = \frac{\lambda \cdot S}{e} (T_{p2} - T_{p1}) = h_1 \cdot S \cdot (T_{p1} - T_1)$$

Ou encore

$$\frac{\Phi}{h_2 \cdot S} = T_2 - T_{p2}$$

$$\frac{\Phi}{\frac{\lambda \cdot S}{e}} = T_{p2} - T_{p1}$$

$$\frac{\Phi}{h_1 \cdot S} = T_{p1} - T_1$$

Si on fait la somme de ces trois équations membre à membre on obtient :

$$\frac{\Phi}{h_2 \cdot S} + \frac{\Phi}{\frac{\lambda \cdot S}{e}} + \frac{\Phi}{h_1 \cdot S} = T_2 - T_1$$

$$\frac{\Phi}{S} \left(\frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_1} \right) = T_2 - T_1$$

Donc le flux peut s'écrire en fonction de la différence des températures des deux fluides.

$$\Phi = S h_{gl} (T_2 - T_1) \quad \text{avec} \quad h_{gl}^{-1} = \frac{1}{h_2} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_1}$$

3°) Si le mur est composé de n élément (e_i, λ_i), ($i=1,2,\dots,n$) que devient le coefficient global (h_{gl}) de transfert thermique.

Si le mur est composé de n élément (e_i, λ_i) le coefficient global (h_{gl}) de transfert thermique devient :

$$h_{gl} = \left(\frac{1}{h_2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{e_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_1} \right)^{-1}$$

Exercice 2

1°) calculer la hauteur x_c de la plaque pour lequel il y a changement de régime d'écoulement.

Il y a changement de régime pour $Gr Pr = 10^9$, donc on doit évaluer ce produit pour calculer x_c

$$Gr Pr = \frac{\beta g \Delta T x_c^3 \mu C_p}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \lambda} = \frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} \Delta T x_c^3$$

Donc

$$Gr Pr = \frac{\beta g \Delta T x_c^3 \mu C_p}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \lambda} = \frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} \Delta T x_c^3 = 10^9$$

AN :

$$Gr Pr = \frac{\beta g \Delta T x_c^3 \mu C_p}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \lambda} = \frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} \Delta T x_c^3 = 7.7 \cdot 10^7 (60 - 16) x_c^3 = 3.3910^9 x_c^3$$

On considère qu'il y a changement de régime pour $Gr Pr = 10^9$, par conséquent

$$Gr Pr = 10^9 = 3.3910^9 x_c^3 \Rightarrow x_c = \left(\frac{10^9}{3.3910^9}\right)^{1/3} = 0.666 \text{ m}$$

2°) calculer l'expression $h(x)$ du coefficient de transfert de chaleur dans les deux cas du régime d'écoulement.

Réponse : $Nu_x = hx/\lambda$

- **Écoulement laminaire** $10^4 < Gr Pr < 10^9$, $Nu_x = 0.57 (Gr Pr)^{1/4}$

$$Nu_x = 0.57 (Gr Pr)^{1/4} = hx/\lambda \Rightarrow h = (\lambda/x) 0.57 (Gr Pr)^{1/4}$$

$$\begin{aligned} Gr Pr &= \frac{\beta g \Delta T x^3 \mu C_p}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2 \lambda} = \frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} \Delta T x^3 \\ &= 7.7 \cdot 10^7 (60 - 16) x^3 = 3.3910^9 x^3 \end{aligned}$$

$$h = (\lambda/x) 0.57 (3.3910^9 x^3)^{1/4}$$

- **Écoulement turbulent** $10^9 < Gr Pr < 10^{12}$, $Nu_x = 0.12 (Gr Pr)^{1/3}$

$$h = (\lambda/x) 0.12 (3.3910^9 x^3)^{1/3}$$

3°) **Applications :** calculer $h(L)$ coefficient de transfert de chaleur pour les différentes valeurs de x sur le tableau ci-dessous :

On donne :

- ✓ Les caractéristiques de l'air à la température $T_f = 38^\circ\text{C}$, sont les suivants :
 $C_p = 0.24 \text{ kcal/kg } ^\circ\text{C}$, $\lambda = 0.0234 \text{ Kcal h}^{-1}\text{m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\frac{\rho^2 \beta g C_p}{\lambda \mu} = 7.7 \cdot 10^7$
- ✓ Les corrélations suivantes pour les régimes d'écoulements :
 - Écoulement laminaire $10^4 < Gr Pr < 10^9$, $Nu_L = 0.57 (Gr Pr)^{1/4}$
 - Écoulement turbulent $10^9 < Gr Pr < 10^{12}$, $Nu_L = 0.12 (Gr Pr)^{1/3}$

<i>x(m)</i>	<i>Expression de Nu</i>	<i>Gr Pr</i>	<i>Nu</i>	<i>h (kcal/hm²°C)</i>
0.1	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$3.39 \cdot 10^6$	24.5	5.72
0.2	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$2.71 \cdot 10^7$	41.1	4.81
0.3	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$9.15 \cdot 10^7$	55.7	4.35
0.4	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$0.22 \cdot 10^9$	69.4	4.05
0.5	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$0.42 \cdot 10^9$	81.6	3.83
0.6	$0.57 (Gr Pr)^{1/4}$	$0.73 \cdot 10^9$	93.7	3.65
0.7	$0.12 (Gr Pr)^{1/3}$	$1.16 \cdot 10^9$	126.0	4.21
0.8	$0.12 (Gr Pr)^{1/3}$	$1.74 \cdot 10^9$	144.3	4.22
0.9	$0.12 (Gr Pr)^{1/3}$	$2.47 \cdot 10^9$	162.2	4.22
1	$0.12 (Gr Pr)^{1/3}$	$3.39 \cdot 10^9$	180.3	4.22

On remarque que pour le régime turbulent le coefficient h est presque constant, cela veut dire le maximum du transfert de chaleur est atteint pour les conditions physiques considérées.